

輪ゴム飛ばしにおけるホップアップについての研究

静岡県立科学技術高等学校

自然科学部 3 年 船津遥紀 山本孝也 海野瑛太 山田大洋

1 研究動機

輪ゴム飛ばしをしているときに、輪ゴムの軌道がそりあがるホップアップ現象に気づいた。これが起こる原因について、回転飛行体が揚力を得るマグナス効果が挙げたが、この現象について相楽製作所は、「飛んでいる輪ゴムは前回転しているため、マグナス効果であるかはわからない」と考察している。私たちも発射直前の回転方向を確かめたが、輪ゴムは前回転していた。マグナス効果を踏まえたならば、輪ゴムは後ろ回転をするはずであるが、果たしてホップアップはマグナス効果によるのだろうか。これを明らかにしつつ、ホップアップの原理を解明したいと考え、研究を始めた。

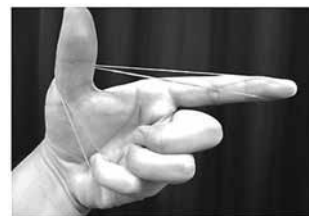


図 1 輪ゴムのかけ方



図 2 長さ L



図 3 長さ AD

2 昨年度の研究

昨年度の研究ではホップアップの起こりやすい条件を求めることを第一の目的とし、実験装置を使って飛ばした輪ゴムの軌道分析を行った。人差し指にかけた輪ゴム（図 1）の上側の部分（上ゴム）の張力を下側の部分（下ゴム）の張力よりも大きくするための変数として L（輪ゴムを人差し指にかけて折り返す前に延長して引き伸ばす長さ：図 2）、AD（輪ゴムを小指にかけてから親指の付け根にかける際に引き伸ばす長さ：図 3）を設定した。飛ばした輪ゴムの軌跡はハイスピードカメラで撮影し、映像処理を通して軌跡の座標化を行った結果、輪ゴムの軌道は「下がる」軌道（Ⅰ型）、「高度を維持する」軌道（Ⅱ型）、「下がってから上がる」軌道（Ⅲ型）、「下がらずに上がる」軌道（Ⅳ型）に大別された。ホップアップの基本軌道は下がってから上がる軌道であり（図 4）、速度グラフ（図 5）から、飛行中の輪ゴムには上向きの揚力が生じていることがわかった。また、上ゴムと下ゴムの張力比（ T_2/T_3 ）とホップアップとの間には相関があり（図 6）、比の値が 2.4 から 2.8 の間でホップアップが起こりやすくなることがわかった。以上の結果からマグナス効果による揚力の存在を仮定して 4 つの原理モデルを考え、その中の「輪ゴムが前回転で飛び出し、その直後に後ろ回転に変わってマグナス効果による揚力を得る」というモデルが最も有力であると結論づけた。

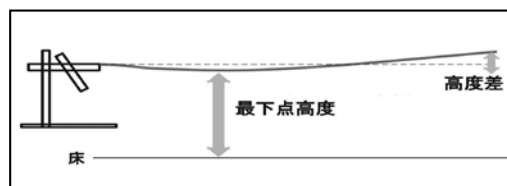


図 4 ホップアップの基本軌道

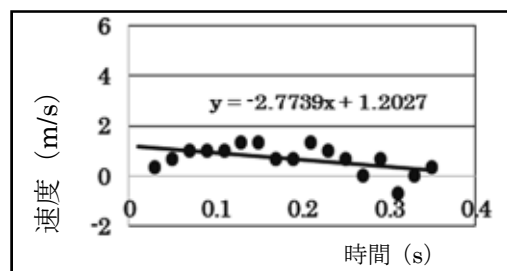


図 5 鉛直方向の速度グラフ

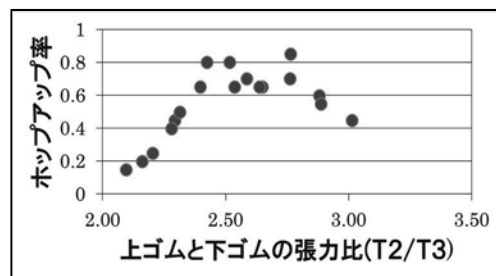


図 6 T_2/T_3 とホップアップ率との関係

3 今年度の研究目的

昨年度では、ホップアップがマグナス効果によるかどうかを明確に示すことができず、4つの原理モデルを挙げるにとどまった。そこでマグナス効果で考えることの妥当性を、実験を通して検証し、その上でホップアップが起こる原理について、張力比 T_2/T_3 とホップアップとの関係性にも着目しながら解明することを研究の目的とした。

4 実験1：マグナス効果の妥当性の検証

(1) 実験方法

ホップアップがマグナス効果によるかどうかについて検証するために、発射時に輪ゴムが下がる時の揚力方向と飛行中の輪ゴムの回転方向を知る必要がある。そこで、揚力方向は発射台から2, 3 m程度の範囲における輪ゴムの軌跡を撮影する(図7)ことで得られる速度グラフから考え、回転方向は輪ゴムが着地する直前の輪ゴムの様子をハイスピードカメラ 300fps により撮影することで判断した。この際、回転方向を判断しやすくするために、輪ゴムには予め白いマーカーペンで印をつけておく。



図7 実験風景(実験2)

(2) 実験結果

図8は $L=8.5$ 、 $AD=20$ の条件での飛び出し時の様子である。水平方向と鉛直方向の速度グラフを図9, 10に示す。水平方向は大きく減速している。一方で鉛直方向では輪ゴムは下向きに飛び出しているにも関わらず、グラフはプラスに大きな傾きを示す。

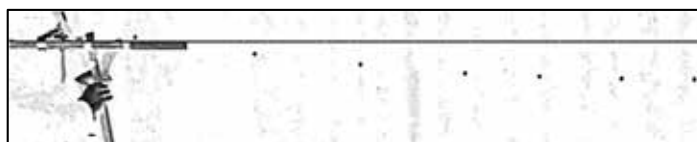


図8 軌跡の図($L=8.5$ 、 $AD=20$)

着地する直前の輪ゴムを撮影した映像の一コマ分を図11に示す。映像では、輪ゴムにつけた印が時計回りに回転している様子が観察された。

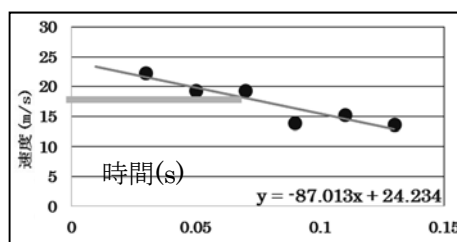


図9 飛び出す時の
水平方向の速度グラフ

(3) 考察

速度グラフより、飛び出し時の輪ゴムにも上向きに大きな揚力が働いていることがわかった。このため、昨年度の結果とあわせて、飛んでいる輪ゴムには常に上向きの揚力が働いていると考えられる。

また、着地直前の輪ゴムの速度は目で追える程度にまで落ちているため、300fps (1コマ1/300秒) で動きを十分に追えると判断した。さらに、後方からの映像では、輪ゴムは縦になって飛んでおり、姿勢が乱れることも無かったため、着地付近で前回転しているということは、飛行中の輪ゴムは常に前回転しているということになる。前回転に対してマグナス効果が働くならば、飛行中の輪ゴムには常に下向きの揚力が働くことになるが、飛行中の輪ゴムには常に上向きの揚力が働いていた。したがって、このことはホップアップが起こることに矛盾するため、ホップアップをマグナス効果で考えることは不適當であると結論づけられる。

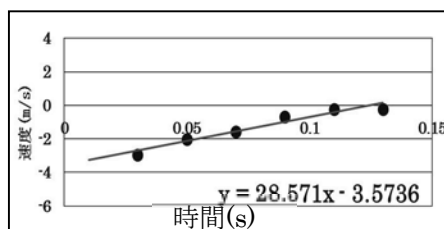


図10 飛び出す時の
鉛直方向の速度グラフ



図11 着地直前の
輪ゴムの様子

5 実験2：発射時の輪ゴムの形態分析

実験1においてマグナス効果が否定されたため、軌道分析に用いた映像を見直ししながら、ホップアップに関わる別の要素について考えた。画像を見直す中で、飛んでいる輪ゴムは楕円のような形

態で、立てた状態から前方に倒したような姿勢で飛んでいることに気づいた。そこで、指鉄砲と発射装置とで輪ゴムを飛ばしたときの形態と姿勢の比較や、ホップアップの頻度との関係性を調べることで、輪ゴムの形状や姿勢とホップアップとの関係性がわかるのではないかと考えた。

(1) 実験方法と実験条件

ハイスピードカメラ 1,200fps を用いて、輪ゴムが実験装置及び指鉄砲から飛び出す様子を撮影した。この際の AD、L の条件を表 1 のように定めた。撮影した動画は、各瞬間をスクリーンショットにより画像として保存し、画像編集ソフト「Medi Bang Paint Pro」を用いて各画像に映る輪ゴムの線をマーカー機能でなぞって線を見やすくした。

表 1 実験条件（上段は実験装置、下段は指鉄砲）

AD (cm)	L (cm)
20	0 から 8
20	8.5
AD (cm)	L (cm)
20	8.5

(2) 実験結果

ア 指鉄砲と発射装置の比較

図 12, 13 に指鉄砲及び発射装置で飛ばした輪ゴムの発射した直後における 1/1,200 秒毎の様子を示す。指鉄砲での様子を見ると、どの画像も楕円に近い形態をしている。また、画像に長軸を引いてみると、輪ゴムの先端部分が上を向いていることがわかる。他方で、装置で飛ばしたときでも (AD=20, L=8.5)、楕円に近い形態をしているように見える。長軸を引くと、先端が上を向く傾向もみられる。

イ ホップアップの頻度と輪ゴムの形態との関連性

ホップアップが起こる条件と起こらない条件での発射時の様子を見ていく。図 14 に L を変えた時の輪ゴムの形態を示す。ホップアップが起こらない L=0~5 のときでは、輪ゴムは棒状であるのに対し、ホップアップが起こりやすい L=6~8 のときでは、輪ゴムは楕円に近い形をしているように見える。加えて、形態の時間的変化を見ていく。図 15 にホップアップが起こらない L=0 のときの 1/1,200 秒毎の輪ゴムの形態を示した。L=0 では輪ゴムは棒状のまま回転するように飛んでいるとわかる。一方で L=8 では輪ゴムは楕円に近い形態を維持しているように見える。

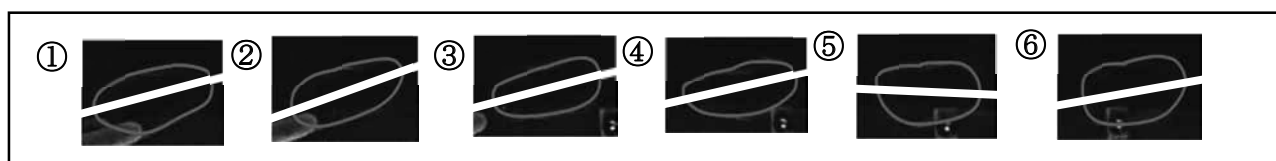


図 12 1/1200 秒毎の指鉄砲で飛ばした時の輪ゴムの形態の時間的変化

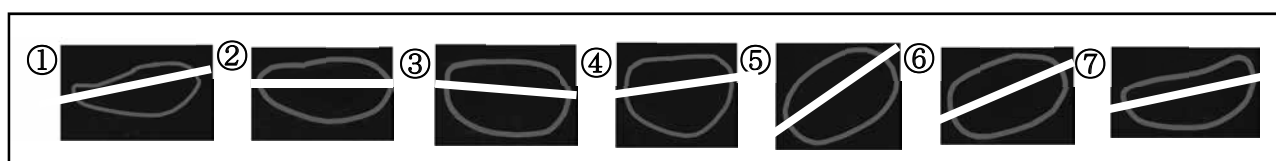


図 13 1/1200 秒毎の装置で飛ばした時の輪ゴムの形態の時間的変化 (L=8)

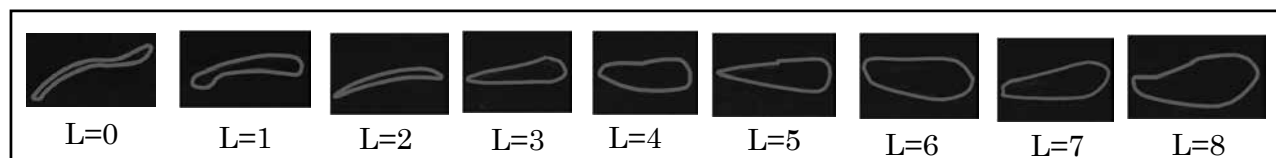


図 14 L を変えたときの輪ゴムの飛び出し時の形態

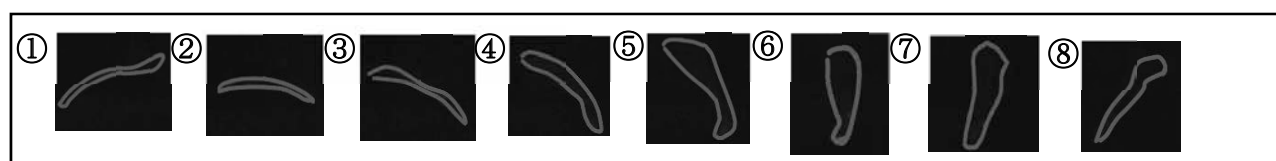


図 15 1/1200 秒毎の L=0 の時の輪ゴムの形態の時間的変化

(4) 考察

ア ホップアップが起こる要因と揚力試算

形態分析の結果より、ホップアップが起こるときと起こらないときとは、形態や姿勢において差があることがわかった。また、ホップアップするときの輪ゴムの形態は楕円形であり、その長軸が飛行面よりわずかに上方を向く姿勢をしていた。そこで、形態や姿勢と揚力とが関係すると仮定し、揚力を生む原因を考える。流体力学のテキストでは、輪ゴムのように空洞で薄い飛翔体に働く揚力についての記載を見つけられなかったので、飛行機の翼の揚力を計算する理論式に当てはめて概算した。

翼の揚力 F は揚力係数 C_L 、空気の密度 ρ 、一様流速度 U 、翼面積 S により決定する（式①図 16）。揚力係数 C_L は物体の進行方向と物体自体とのなす角 θ （迎え角）の関数であり、図 17 より求まる。条件値として、迎え角は図 13⑦の値 10° を $L=8$ の平均的値として用いて、揚力係数は 0.43 とした。一様流速度 U は、飛び出すときの水平方向の速度グラフから読み取れる平均速度（図 9）から全試行（19 回）の平均値を求め、 19m/s を採用した。翼面積 S は物体を上から見た面積であるため（図 16）、ゴム幅 $1.2 \times 10^{-3}\text{m}$ と折幅を少し短くした値 $5.0 \times 10^{-2}\text{m}$ との積 $7.0 \times 10^{-5}\text{m}^2$ とした。計算の結果、揚力は $6.5 \times 10^{-3}\text{N}$ となった。

次に運動方程式より実験データに基づいて揚力を計算する。輪ゴムに働く揚力 F' と重力 mg の差によって加速度が生じると考える（式②、図 18）。輪ゴムの質量は $1.7 \times 10^{-4}\text{kg}$ であり、加速度は飛び出すときの鉛直方向の速度グラフの傾きのから全試行（19 回）の平均値を求め、 9.2m/s^2 を採用し、重力加速度を 9.8m/s^2 として代入すると、揚力値は $3.2 \times 10^{-3}\text{N}$ と求められた。

計算された 2 つの揚力値を見ると、値は異なるが桁が一致しており、互いに近い値をとっていると判断できる。ここから、ホップアップは輪ゴムの楕円形態と揚力を起こすために適当な迎え角を保った安定的姿勢により翼と同様の揚力を得ることで起こっているという可能性が示された。

イ 張力比と輪ゴムの形態

ホップアップが起こりやすい張力比の条件 $2.4 \leq T_2/T_3 \leq$

2.8 と揚力を得るような輪ゴムの形態や姿勢がどのように関わっているかについて考察する。

T_2/T_3 が 1 のときの飛び出し時の輪ゴムは、上ゴムと下ゴムがくっついた棒のような形状で、あたかも前方宙返りをするかのように飛んでいた。このことを張力比から考える。 $T_2/T_3=1$ とした輪ゴムの発射過程を図 19 に示した。輪ゴムは点 A を離れた後、張力 T_1 によって跳ね上がり（a、b）、その後復元力 F_2, F_3 の力積より速度 V_2 が生じて（c、d）輪ゴム全体は点 C を支点として回転する。 T_2 と T_3 が等しいため、上ゴムと下ゴムは並んで離れることなく回転し（e）、そのまま投げ出される（f）。

$$F = \frac{\rho U^2}{2} S \cdots \text{式①}$$

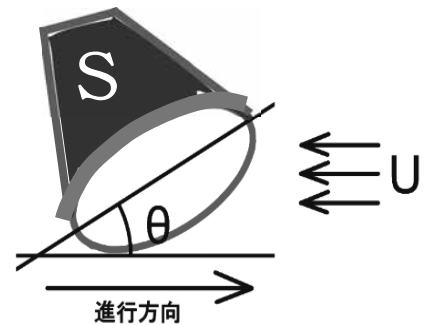


図 16 迎え角と翼面積

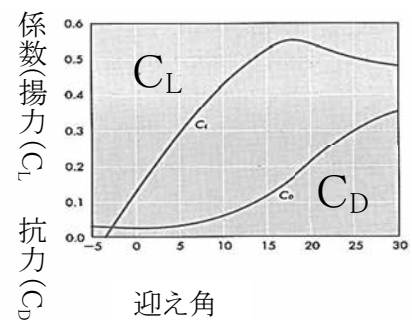


図 17 迎え角の大きさと揚力係数及び抗力係数との関係

（「トコトンやさしい流体力学の本」P105 より引用）

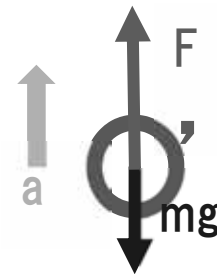


図 18 輪ゴムに働く力と加速度

$$F' = m(a + g) \cdots \text{式②}$$

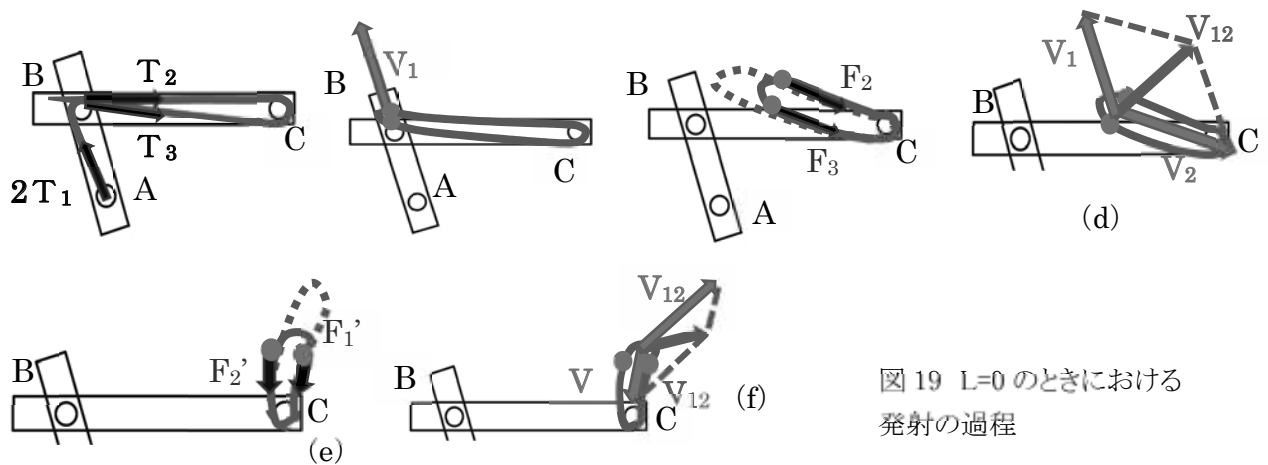


図 19 $L=0$ のときにおける発射の過程

一方、 T_2/T_3 を1より大きくしたときにおける輪ゴムの発射過程（図 20）においては、輪ゴムは上方に跳ね上がった後(a, b)、復元力 F_2, F_3 の力積により輪ゴムは速度をもつが、 F_2 が F_3 よりも大きいため(c)、上ゴムの速度が下ゴムの速度よりも大きくなる。結果、上ゴムが先に進行方向に向かって飛び出した後に下ゴムがそれに引っ張られて飛び出すことで(d)、上ゴムと下ゴムの間に空間ができる。さらに、輪ゴム各点が張力差を和らげる方向に移動することで回転が生まれ(e)、この回転は楕円形の維持に寄与していくと考えられる。

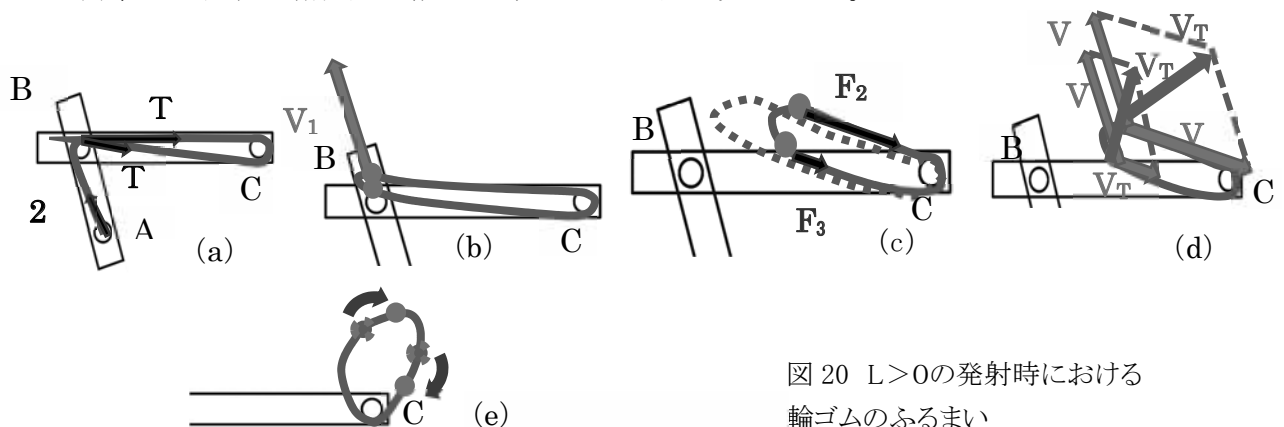


図 20 $L>0$ の発射時における輪ゴムのふるまい

6 まとめと今後の課題

輪ゴムのホップアップはマグナス効果によらず、飛行中の輪ゴムの楕円形態と迎え角を維持した姿勢により、翼と同様の揚力を得ることにより起こるという可能性が示された。この飛行中の輪ゴムの形態や姿勢は発射時の上ゴムと下ゴムの張力比によって決まり、姿勢維持には輪ゴムの高速回転が寄与していると考えられる。しかしながら、環状かつ弾性体である輪ゴムが本当に翼の理論式から導出されるような揚力を得られるかどうかは、現状言い切ることにはできない。今後はこれについて簡易風洞実験を行うなど流体力学に対する理解を踏まえて検討したいと考える。

7 参考文献

相楽製作所 <http://sagara-works.jp/#>

久保田浪之介著 「トコトンやさしい流体力学の本」 日刊工業新聞社 2007 年発行

日本機械学会編 石綿良三, 根本光正著 「流れのふしぎ」 講談社 2004 年発行

竹内淳著 「高校数学でわかる流体力学」 講談社 2014 年発行

藤川重雄, 武田靖, 矢野猛, 村井祐一著 「工学の基礎 流体力学」 培風館 2005 年発行

使用した動画編集ソフト・・・「AviUtl」 「Medi Bang Paint Pro」