

屈折率勾配を持つ溶液の結像性能の解析

静岡県立清水東高等学校自然科学部物理班

2年 大井昂幸 他7名

1 今年度の研究目的

真水を入れた水槽の底にショ糖の飽和溶液を静かに注入して放置すると(写真1)、時間の経過とともに溶質であるショ糖は水面に向かって拡散し、やがて濃度に応じて屈折率が連続的に変化した溶液ができる。このような溶液を「屈折率勾配を持つ溶液」と呼ぶ。この溶液を通して水槽の背後に置いた物体を観察すると、蜃気楼に相当する3つの像が観測される(写真2)。この像を上のものから順に像A、像B、像Cと名付けて研究を行ってきた。昨年度までの研究から、溶液が水深ごとに3つの異なるレンズとして作用し、各像を出現させることを解明できた。



写真1 溶液の作成



写真2 観察される像

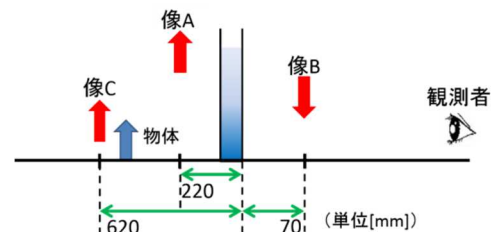


図1 像位置の測定例

しかし、この3つの像の中で中央の像だけが、他の像と比べて不鮮明であることについては、その理由が未解明のままであった。そこで今年度はこの「像の鮮明さ」の違いが生じる理由について研究することにした。昨年度までの解釈をふまえ、次のような仮説を立てた。

仮説1：物体から発せられた様々な角度の光は、一点で収斂できないので、結像位置に差が生じる。

すなわち、像の不鮮明さは、溶液をレンズとみなした時の収差によるものである。

上記の仮説を検証するため、次の研究に取り組んだ。

2 研究の方法

(1) 溶液内部の屈折率分布は上記の溶液の入った三角型的水槽をプリズムに見立て、波長 632.8 nm のレーザー光を入射して各水深部の偏角を測定することで、計算により求める。

(2) ア 像の撮影と解析

溶液がレンズ作用で出現させる3つの像を撮影して色の強度や像の見え方を調べる。

イ 光線の収斂位置の測定

(ア) 実験による方法

物体とみなした一点から出る光を、レーザー光によって再現し、水槽に正面から照射させる。水槽から出るレーザー光線を各水深ごとに調べ、任意の2本のレーザー光線が観測者側で交点を結ぶ位置をそれぞれ求めてその分布を調べる。

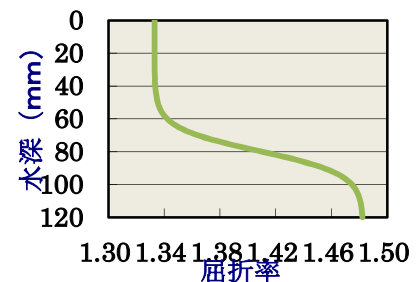
(イ) 数値解析による方法

物体から発したごく小さい角度をなす2本の光線が水槽に入射したと仮定して光線の経路を理論的に計算し、水槽から出てきたその2本の光線の交点を算出するプログラムを作成する。そして、このプログラムを用いて、光線の出発点を固定し、水槽に入射する高さを1mmずつずらしながら、光線が収斂する位置の分布を調べる。

3 研究の結果

(1) 屈折率分布の測定結果

ショ糖の拡散で生じた屈折率分布の測定結果は常にグラフ1のようになった。水深（縦軸）の変化に対する屈折率（横軸）の変化（屈折率勾配）が非常に大きな水深が存在していることがわかる。



グラフ1

(2) ア 像の色の強度の解析結果

写真3は像全てを撮影した画像、グラフ2は三原色の各強度（RGB値）をグラフ化したものである。像BのRGB値は像A、像Cのものと比較して常に低い値であった。また、時間経過に伴い、像の鮮明度が低くなっていることもわかった。

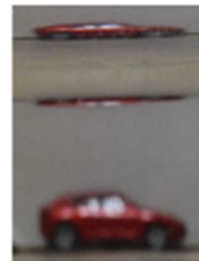
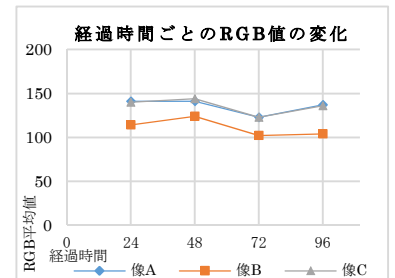


写真3

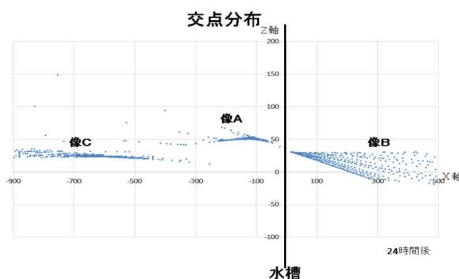


グラフ2

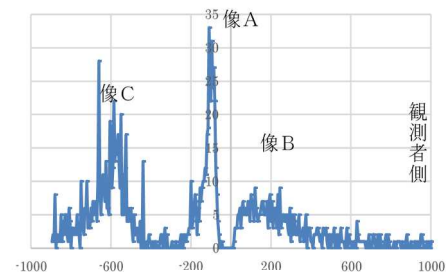
イ 光の収斂位置について

(ア) レーザー光による実験の結果

実験結果をグラフ3に示す。物体から出た光線は1点に収斂していない。各像を結像している交点は、観測者側に向かう方向（以下X軸方向）に大きく散らばっている。特に像Bを結像する交点は、像A、像Cを結像する交点に比べ、X軸方向の散らばり度合いが大きい。X軸方向における交点の散らばりの程度を判断するためにX座標を5mmずつの区間に分け、それぞれの区間に交点が何個存在しているかを度数折れ線グラフで表した（グラフ4）。このグラフからも、像Bがほかの像に比べてX軸方向に大きく散らばっていることがわかる。



グラフ3

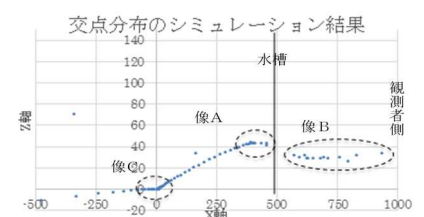


グラフ4

像Bを結像させる水深部は、他の像を結像させる水深部よりレンズ作用が強く、光を大きく曲げる。そのために、像Bを結像する光は、溶液の持つレンズ作用により収斂する位置のずれの影響を大きく受けると考えられる。この実験から、X軸方向の光の収斂する位置のばらつきが、像Bの鮮明度が低くなることの要因の1つであり、このばらつきは、レンズ作用に対する収差に相当すると考えられる。

(イ) 数値解析の結果実験

グラフ5は数値解析の結果である。交点は像の結像する位置に対応しており、X軸方向にのみばらついていることがわかる。さらに、像Bを結像する交点は、像A、像Cを結像する交点に比べ、ばらつきの程度が大きいこともわかる。この結果は、レーザー光による実験結果と非常によく一致していた。



グラフ5

像を結像する光が収斂する位置がX軸方向にばらつき、それが像Bで最も顕著に表れる

理由について、次のような考察をした。

溶液は水平方向には屈折率勾配を持たないので、1点から発せられた光は、水平方向（Y軸方向）には屈折せずに進む。鉛直法汚行（Z軸方向）には溶液のレンズ作用により屈折するが、実験Ⅱで明らかになったように、収斂する位置に差が生じるため、各像は、図2のように、鉛直方向に発した光による交点のうち、最も水槽に近いところにできた交点により結像される像 α と、最も水槽から遠いところにできた交点により結像される像 β の位置にずれが生じる（図2は、像Bについての図）。

つまり、像A、像B、像Cそれぞれは、1つの像ではなく、像 α と、像 β の間に無数にある像の集合とみなすことができる。いいかえれば、もとの物体にX軸方向の大きさが無い場合でも、像はX軸方向への有限の奥行きを持ってしまうのである。ここで、像 α と像 β の間に無数にある像のことを「像群」と定義する。

このとき、光はY軸方向には屈折しないので、像 α 、像 β は、図3のように、Y軸方向の長さが異なったものになる。像 α と、像 β との距離が離れるほど、それらの像のY軸方向の長さの違いが大きくなる（図4）。従って、レンズ作用に対する収差が大きい像Bが、像A、像Cに比べ、像 α と像 β のY軸方向の長さの差も大きくなる。この考察をもとに、「仮説1」よりも一歩踏み込んだ「仮説2」が得られた。

仮説2：3つの像はそれぞれX軸方向への有限の幅をもつ像群により構成され、この幅が、像の鮮明度に影響を与えている。

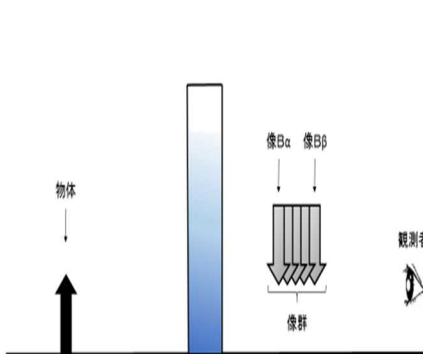


図2 X軸方向に有限の幅を持つ像

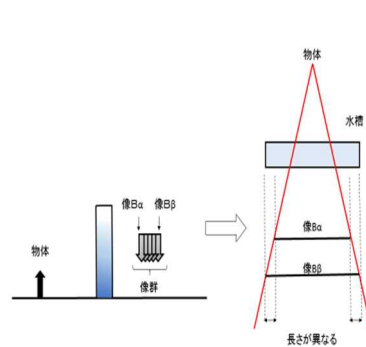


図3 Y軸方向の長さの違い

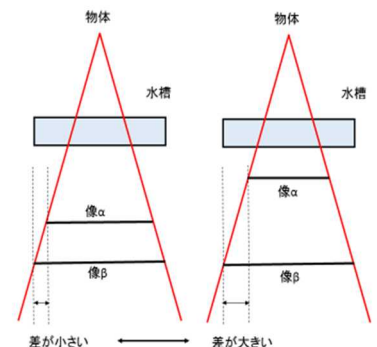


図4 Y軸方向の長さの違い

(3) 被写界深度を利用した実験

仮説2を検証するために、被写界深度（写真の焦点が合っているように見える被写体側の範囲）を利用した新たな実験を行った。

ア 実験方法

カメラの絞りを1段階ずつ狭くしながら、像の写真を撮影する。被写界深度が浅いときと被写界深度が深いときとの各像の写真をRGB値によって比較した。

イ 結果

像Bの両端の鮮明度が、被写界深度を深くすると、高くなっていくことが写真4とRGB値の変化（グラフ6）からわかる。また、像A、像Cについては、被写界深度を変化させても変化は見られなかった。よって、像群の奥行きは像Bが最も大きいと考えられ（図5）、仮説2は正しいことがわかった。

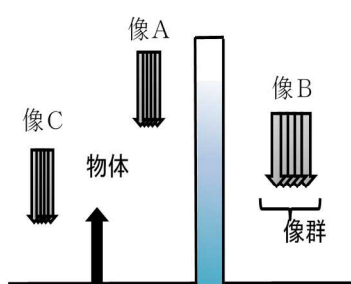


図5

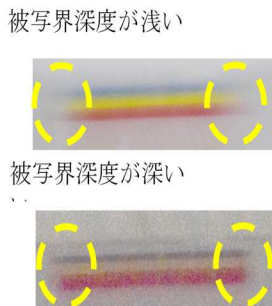
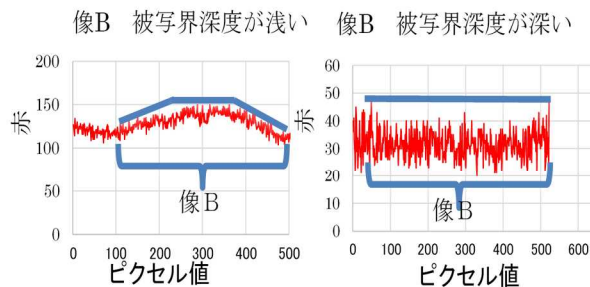


写真4



グラフ6

(4) 像のモデルの作成

像Bは、像 α と像 β までの範囲に結像される像群、すなわち「奥行きのある像」であるため、観察すると不鮮明に見える。そこで、像Bに相当した「奥行き」のあるモデルを実際に製作して、これを撮影して比較してみることにした。私たちの仮説が正しければ、色セロファンを重ねて再現した「像モデル」は、鮮明度についてこれまでの実験結果と同じ傾向を持つはずである。

ア 作成方法

物体には幅があるので、図6のように、物体両端から、カメラのレンズの両端に計4本の直線を引くことができる。このとき、図6のように各数値を設定すると、次式が成り立つ。

$$l_1 = l_0 - \frac{dl_0}{d}$$

$$l_2 = l_0 - \frac{d(l_0 + r)}{d}$$

この値をもとにして、像群それぞれにおけるY軸方向の長さが最短のものと最長のものを色セロファンによって表現し、それを重ね合わせたものを、像群を構成する像の1つとして再現した(写真5)。像群の各像は奥行き5mmごとに再現し、それらを並べて像Bのモデルとした(写真6)。なお、この像Bのモデルは、赤色1色の像として製作している。

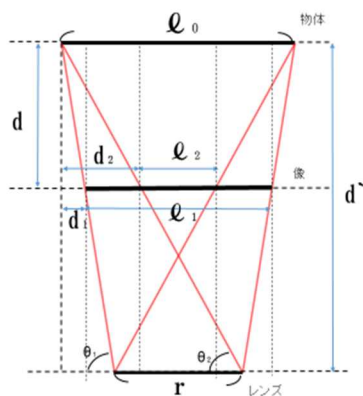


図6 長さや角度

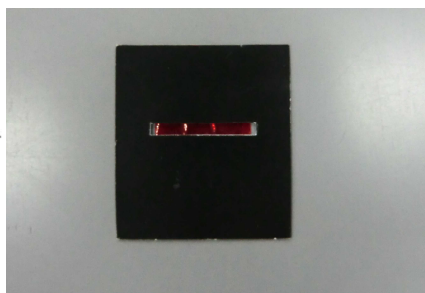


写真5 像群の一つの再現

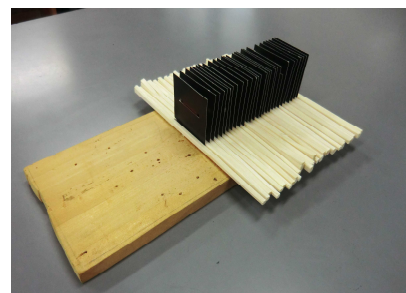
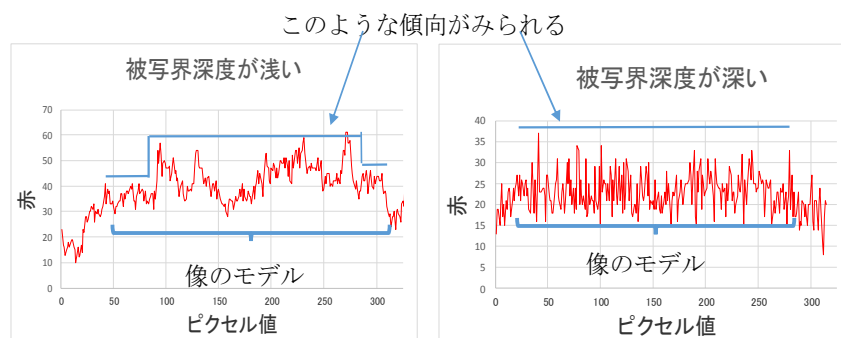


写真6 像のモデル

イ 実験結果

画像の解析結果をグラフ7に示す。像のモデルは赤色なので、RGB値は赤色の結果のみを示す。横軸はピクセル値、縦軸は赤色の強度である。左は被写界深度が浅いとき、右は深いときの結果である。グラフに示したように、被写界深度が浅いときは像のモデルの両端の赤色の

強度は像の中央に比べて低くなっているが、被写界深度が深いときには赤色の強度は像のモデルのすべての位置において均等であるという傾向がみとれる。



グラフ 7 像のモデルの画像の画像解析

ウ 考察

色セロファンを使った「像Bのモデル」の解析結果は、像の両端の鮮明度が中央よりも低くなっているという実際の像Bに対する結果と同様の傾向がみられた。よって像Bが、製作したモデルと同じように出現しており、像群が存在していることが裏付けられた。この実験からも仮説2が正しいことがわかった。

4 考察

- (1) 各像の鮮明度を、RGB値の大小という判断基準をもとに評価することができ、像Bが最も鮮明度が低いことを定量的に確かめることができた。
- (2) 各像を結像する光の交点は、X軸方向にばらついていることを、実験と数値計算の2通りの方法で確認することができた。また、交点のばらつきにより、3個の像はいずれも一点で結像しているのではなく、それぞれX軸方向に有限の幅を持って出現していることもわかった。交点のばらつきは、特に像Bにおいて顕著であり、この交点のばらつきが像の鮮明度に影響を与えていると考えられる。このことはレンズ作用に収差が伴う現象に相当している。すなわち、像Bが不鮮明なのは、溶液のレンズ作用に伴う収差が最も大きいからである。
- (3) 像が有限の幅を持って出現するという解釈をもとに、像BのX軸方向、Y軸方向の幅を計算で求めることにより、像Bの鮮明度の低さを色セロファンを使ったモデルで再現することができた。

5 参考文献

- ・「レンズ」のキホン 桑嶋幹 SoftBank Creative
- ・屈折率 n 配を持つ溶液に等価なレンズの導出と光線経路の明るさ
清水東高等学校自然科学部物理班 平成 27 年度理科研究論文集
- ・屈折率 n 配を持つ溶液の結像作用の研究
清水東高等学校自然科学部物理班 平成 26 年度理科研究論文集