

21. 開口端補正についての研究

静岡県立科学技術高等学校 自然科学部
2年 山本克真 小橋川遥基 山口大輝 岩永博慶

1 動機

私たちは音の性質に関心があったので、教科書を使って調べてみた。そこで教科書に載っている気柱共鳴の実験を試しに行い、開口端補正を求めてみることにした。開口端補正がどのように変化するのか調べ、その検証実験を行う中で、調べた内容と異なる結果を得たことを不思議に思い、さらに調べてみたいと考え研究テーマとした。

2 開口端補正について

図1のように底の閉じている閉管で音が共鳴する時、開端では定常波の腹が管口から少しはみ出す。そのはみ出た腹と管口との距離を開口端補正 (ΔL) と呼ぶ。実験では図2のようなパイプを使い、水面を閉管とする気柱によって共鳴を起こす。音を鳴らした状態で水だめを動かし水位を変え、気柱の長さを変え、共鳴点を探す。気柱の一番上から少しずつ水面を下げていき、最初に共鳴する点を第一共鳴点とし、その時の長さを L_1 とする。そこからさらに水位を下げて第二共鳴点を探し、第二共鳴点までの長さを L_2 とすると L_1 と L_2 から波長が求められる (図2)。

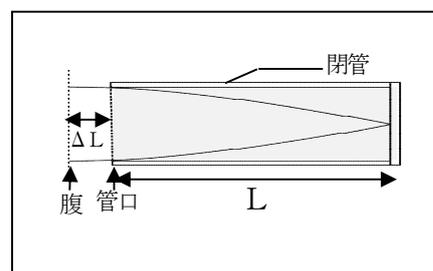


図1 開口端補正の説明

1 波長を λ とおくと $\lambda = (L_2 - L_1) \times 2$ となる。
さらに開口端補正を ΔL とおくと $\Delta L = \lambda/4 - L_1$ となる。

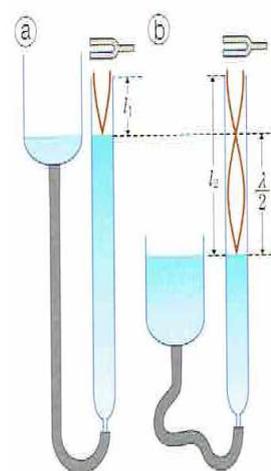


図2 気柱の共鳴実験装置 (『物理基礎』数研出版より引用)

3 先行研究

インターネット等で調べると開口端補正は、半径の約0.6倍になるとわかった (1859年 Helmholtz)。春日ら (2012) は気温、音量の変化では開口端補正は変化せず、振動数の変化では開口端補正がわずかに変化する可能性があることを示した。木下ら (2012) の研究では、開口端補正が角柱の周囲の長さに比例していることを導いた。また、同時に開口端補正が振動数、つまり波長によらないことも示した。西山 (1987) ではスピーカーから管口までの距離を変えて開口端補正を求めた。西山は460Hz、880Hzの2種類を使い振動数が高い方がスピーカーと管口の距離の変化による開口端補正の変化が大きくなることを導いた。

先行研究より得られた情報をまとめると、開口端補正を測定するにあたって、気温、音量、振動数については影響を心配する必要はないが、音源の位置については極力同じ位置を保つ必要があると、理解される。

4 予備実験

ヘルムホルツの式を確認するため、パイプの径を変えた実験をしようと考えたが、当時学校には口径2.5cmのパイプしかなかった。音は縦波であることを考えるとパイプの口に紙でフタをし、そのフタに図3のように穴をあけることで口径を変えて実験を行っても問題ないと考えた。そこで紙で口径を変えて実験を行った。



図3 パイプに貼り付けた紙の様子

結果は図4のようになり開口径が小さくなるほど開口端補正が大きくなるというヘルムホルツの式とは逆の結果を得た。さらにその差は数 cm と大きく、誤差で片付けられるのか疑問に感じた。これを不思議に思い研究することにした。

また、気温や音量については実験中の観察より、音量の大小でL1、L2の位置は変化せず音量と開口端補正の間には先行研究の内容と同様にほとんど関係はみられなかった。

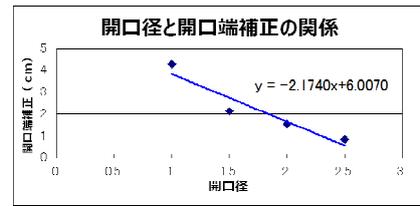


図4 開口径と ΔL の関係

5 目的

予備実験の結果を検証し、開口端補正と開口径の関係について明らかにする。

6 仮説

予備実験の結果がヘルムホルツの式と逆の関係になった原因として以下の2つの仮説を立てた。

①自分たちの測定が不慣れなので誤差が大きいという実験の不備にある。

②何かの条件の違いで予備実験の結果は別の法則を示している。

そこで、まずは実際に①パイプ自身の口径を変えて紙をはらない実験を行ったうえで、もう一度②紙をはる実験をしてみることにした。さらに実験結果の詳細を考えるために③ジョア笛を使った実験を行った。



図5 使用したパイプ

7 実験1：気柱の太さを変える実験

(1) 実験方法

口径 0.97cm 1.48cm 1.97cm 2.5cm 3.59cm 4.65cm のアクリルパイプを用意する (図5)。中心の 2.5cm のパイプのみはガラス製である。予備実験と同様の測定の方法で L1、L2 の測定を行う。ただし、目盛りに関しては、布製の巻き尺を貼りつけて使った (図6)。



図6 手作り共鳴管

(2) 結果と考察

図7には、縦軸に開口端補正を、横軸にパイプの半径をとったグラフを示した。図7よりパイプの半径が大きくなる程開口端補正も大きくなるのがわかる。その関係は比例定数 0.64 の比例関係となった。このことから、パイプの口径を変えた実験において開口端補正は (半径×0.6) とするヘルムホルツの式とほぼ一致することがわかった。

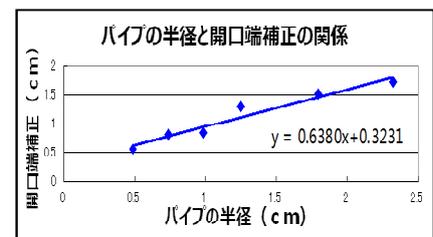


図7 パイプの半径と ΔL の関係

8 実験2；紙で気柱の開口径を変える実験

(1) 実験方法

パイプは直径 2.50cm 3.59cm 4.65cm のものを使用する。紙は、厚さ 0.30mm の片面の黒い方眼厚紙を使用し、中心に内径を 1.0cm から 4.5cm まで 0.50cm 間隔で大きくした穴を開ける (図8)。



図8 管口を変えるための厚紙

(2) 結果と考察

図9は縦軸に開口端補正、横軸に開口径をとってグラフに表したものである。◆は直径 2.5cm、■は直径 3.59cm、▲は直径 4.65cm のパイプの実験結果を示している。グラフを

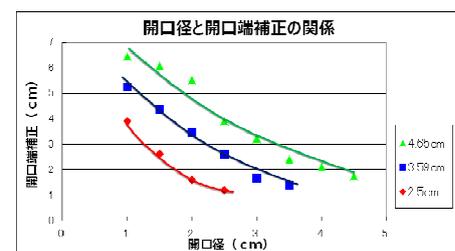


図9 開口径と ΔL の関係

同じ印のデータ（同じ直径のパイプ）で見ると、開口径が小さくなるほど開口端補正が大きくなっている。すなわち、グラフは右下がりのゆるやかなカーブになっている。さらに同じ1cmの開口径でも使用するパイプの口径が大きくなるに従い開口端補正は大きくなっている。すなわち、同じ開口径ではパイプの口径が大きくなるほど開口端補正が大きくなっている。

同じ開口径での線（パイプごとの結果）は、同じような間隔で上にシフトしていくように見える。このことから開口端補正を決めるのは開口径ではなく開口の管口に対する面積率によって決まるのではないかと考えた。そこで面積率と開口端補正の関係をグラフにしてみた。

図10は、縦軸に開口端補正、横軸に面積率をとり、面積率に対する開口端補正を示した。図10を見ると、面積率が大きくなるほど開口端補正が小さくなる傾向が見られた。このことから開口に紙を貼った場合の開口端補正は開口の面積率に関係すると考えられる。

また気柱共鳴の状態を確認するために、すべての実験値より半波長(L2-L1)を求めた。すべての測定値から求めた半波長の値を図11に示した。図11は、縦軸に半波長と、第二共鳴点の位置、横軸に開口径の面積率をとったグラフである。■は半波長、◆はL2(第二共鳴点)を表している。図11では、半波長は変化せずL2が右上りの直線になることから、図12のようにL1とL2は等間隔で変移していく様子がわかる。気温から求めた音速と使用した音さの振動数からも半波長を求めてみると20.2cmとなり、ほぼ同じ値であった。

開口径と開口端補正の関係をみると、開口径が小さくなると開口端補正が大きくなった。これは予備実験の結果と同じである。つまり、気柱の口を覆う実験においては、ヘルムホルツの式とは逆の関係になることが本実験から確認された。予備実験での結果は、実験に不慣れだったせいではなく、何か別の要因が関係したものだと考えられる。

ヘルムホルツの式は気柱共鳴の場合について述べているので、本実験では気柱共鳴とは異なる現象が起きているという可能性について考えてみた。共鳴の仕方には2種類あり、気柱共鳴とヘルムホルツ共鳴がある。本研究ではL1だけでなくL2も測定し、L2-L1が表わす半波長はどの面積率の実験でもほぼ一定の値を示したことから、図12のようにL1とL2は連動して上にずれているだけで気柱共鳴であると結論づけた。

9. 実験3：ジョア笛とペットボトル笛による音の振動数の測定

実験2で得られた結果が正しいかどうか検証できるものがないか調べたところ、ジョア笛というものをみつけた。

(1) ジョア笛の説明

ジョア笛とは、図13のようにヤクルトジョアの容器に穴をあけストローを貼り付けた楽器である。ジョア笛は開口部を覆うとその覆った面積に応じて音程が幅広く変化するため、簡易的な工作楽器として紹介されている。本研究ではインターネットで作り

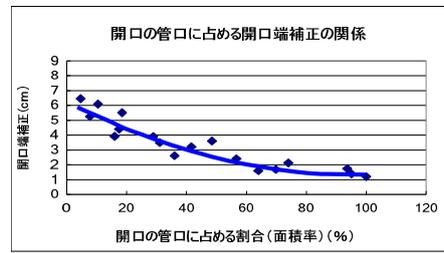


図10 面積率と開口端補正の関係

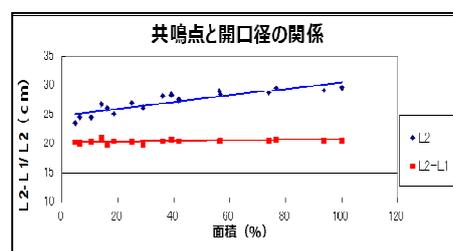


図11 共鳴点と面積率の関係

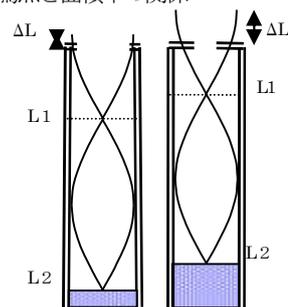


図12 気柱内の共鳴の様子



図13 ジョア笛

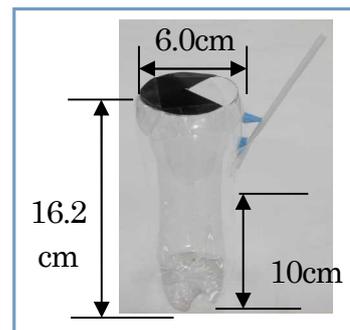


図14 ペットボトル笛

方を調べ、中根他「笛を作ろう」を参考にして作成した。高さ 9cm のヤクルトジョアの容器の中央に 1cm 角の穴を開け、そこにストローの先端がくるように貼り付けて作った。

高倉 (2013) では、開口部の面積を変えて周波数を測定し、面積が大きくなるにつれ周波数が高くなるという結果を報告している。口径を変えると音程が変わる点が、本研究における実験 2 の実験方法と共通していることから、ジョア笛が開口端補正に関係しているかもしれないと考えた。さらにジョア笛の形をまねて、ペットボトル笛も作成し実験を行った (図 14)。

(2) 振動数の測定方法

①ジョア笛の口を覆う形について

パイプの実験のように、管口に対する開口部の面積比を変えたいと考えた。高倉 (2013) では開口部の形状と共鳴周波数の間には関連性は見られないと言っていたが、面積を定量的に変えやすい扇形や線形でも周波数は変化しないのかを確かめることにした。

ジョア笛の口に貼りつける厚紙の形は図 15 のように左から線形、扇形、円形と呼び、この 3 種類で測定する。厚紙は面積率が 25%、50%、75% のものを用意した。結果としてどの形においても大きな違いが見られなかったので扇型を使うことにした。

②測定方法

ジョア笛で発生させた音を図 16 のようにマイクでパソコン上のフリーソフト「ハンディ・オシロスコープ」に取り込み、図 17 のように FFT 角振動数を測定した。数値はすべて三回測定したものを使用する。

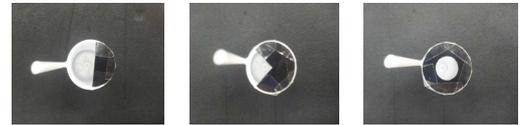


図 15 管口に貼る紙の形の種類



図 16 測定の様子

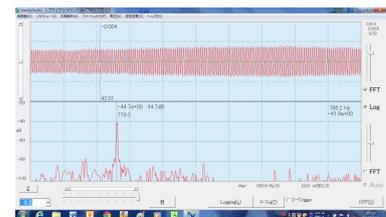


図 17 フリーソフト「ハンディ・オシロスコープ」の解析画面

(3) 結果と考察

図 18 にジョア笛とペットボトル笛の結果から管口の面積率と開口端補正の関係を実験 2 の結果と同じグラフ内にプロットしたものを示す。ジョア笛、ペットボトル笛でもパイプで実験を行った時と同様に面積率が小さくなるほど開口端補正が大きくなるという結果が得られた。ジョア笛の結果はパイプの実験結果と同様な範囲の中に入っていることから、パイプの実験とジョア笛の実験は同様な現象であると理解できる。

この結果から図 19 の (a) ように面積率が大きい時、開口端補正は小さくなり波長が小さくなることから振動数が大きくなり高い音になる。また、(b) のように面積率が小さいときは開口端補正が大きくなり、波長が長くなるため振動数が小さくなり、低い音になると考えられる。

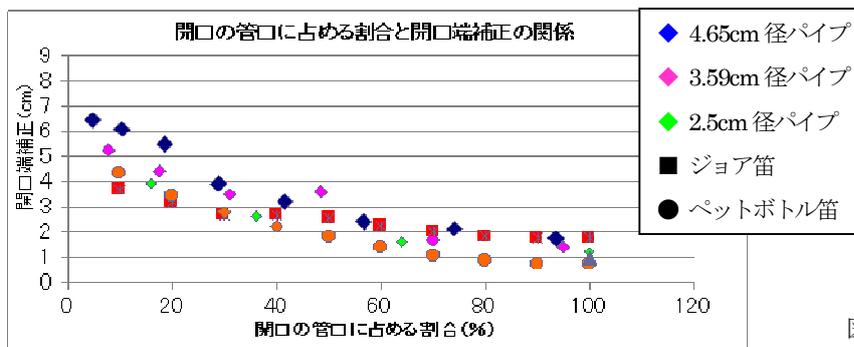


図 18 開口の管口に占める割合と開口端補正の関係

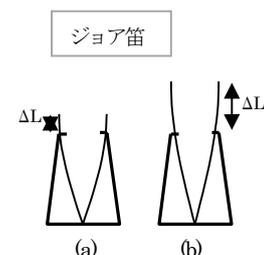


図 19 ジョア笛の開口端補正

10. 全体考察

パイプ自身の口径を変えた実験と管口に紙を貼って開口を作った実験では逆の結果になることは確かであると結論づけられる。どうして紙を貼ると結果が逆になるのかという疑問に対し、口の大きさ自身ではなく、管口に対する開口部の面積率で開口端補正が変わるのではないかという仮説を立てた。

この仮説が正しいか調べるための手段として、ジョア笛やペットボトル笛を使用した実験を行い、ジョア笛やペットボトル笛でも同じように面積率によって開口端補正が変わる傾向を確認した。しかし結果をまとめた図をみると、傾向は同じだが、それぞれのデータ（実験2のパイプごと、ジョア笛、ペットボトル笛）だけで繋いだ線には微妙なずれが見られる。このことから面積率以外にも、開口端補正を決める要素が他にまだあるのではないかとと思われるが、それについてはまだ解明できていない。形状によって口から出る時の波の押し出され方が異なるためではないかと考察している。

しかし、そもそも管口から1.0cmのところまで音を鳴らしているのに、開口端補正が4.0cmというのは不思議な気がする。それを考えると我々が求めた開口端補正は見かけのものであり、実際は開口から押し出される空気の圧が変化しているのかもしれない。横手ら(2012)はメガホンを使った実験の解釈で、先細りする口から出る空気の圧が変わると考えた。我々の実験においても面積率によって開口端補正が変化するのは図20のように開口径が狭くなることで外に出る時の圧が変わることの表れであり、面積率は開口に押し寄せる空気の量の違いを表していると考えられる。開口のところで圧が変化しても内部では気柱共鳴が起こっているのである。

さらに、調べていく中で楽器における開口端補正がヘルムホルツの式と同じにならないという論文も見つけた。開口端補正が大きくなる現象は口をふさいでいくような形の管楽器においてよく見られる現象であると理解できる。

我々の研究成果をまとめると以下の2点が挙げられる。

- ①口をふさいだ形の管に関して、開口端補正は面積率に依存する。
- ②この時、管内では気柱共鳴が起きている。

さらに細かく開口端補正を決める要因をみつけていけば笛のような楽器の作成にあたって、振動数を決める口のサイズを求めていけるようになると思う。

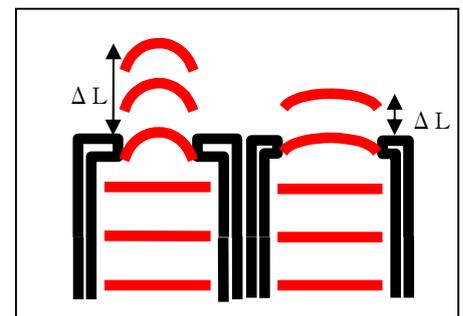


図20 開口端補正が大きくなる結果の解釈

11. 今後の課題

開口径の面積率が小さくなればなるほど開口端補正が大きくなっていくという結果が得られたが、なぜこのような現象が起こるのか開口の圧に着目して今後検証していきたい。ジョア笛が、紙の開口径の面積率で音程がどの程度決められるのか今後検証し、面積率の他に開口端補正を決めている別の要因を探していきたい。

12. 参考文献

- (1)春日智也「開口端補正」伊那北高校理数科 http://www.nagano-c.ed.jp/ina/B_educationalinfo/2013/03/2012_kadaikenkyuuhappyou/2012kaikoutan.pdf
- (2)木下諒 他「開口端補正の測定」日本物理学会 Jr.セッション要旨 (2012)
- (3)西山保子 渡辺喜美子 「気柱の共鳴実験における開口端補正」
- (4)中根礼美 他「笛を作ろう ～身の回りにあるいろいろな容器を笛にしてみよう～」
http://www.asahi-net.or.jp/~ty7k-ikr/yataimura/yataimura2002/pdf_screen/fue.pdf
- (5)高倉彩衣 他「気柱共鳴とヘルムホルツ共鳴の中間領域を利用した音」, 日本理科教育学会要旨 (2013)
- (6)横手心剛 他「開口端補正の謎を探る」(2012) 今治西高校
imabarinishi-h.esnet.ed.jp/zen/Bukatu/pys/55thpan.pdf