

9. 鹿威しのカオス運動

静岡県立浜松北高等学校

物理・化学部 2年 高林礼人 他5名

1 はじめに

鹿威しは、古来から日本庭園などにみられる、竹からなる装置である。もともと、田畑を荒らす鹿や猪などを音で威嚇し、追い払う目的のものであり、その周期的かつ規則的な音は独特である。通常、鹿威しの末端は地、または土台と接している。先端から給水された水が筒の中にたまり、一定量溜まるとその重量で傾き、水が排出されるとまた元に戻る。このとき、鹿威しの末端が地、または土台に打ちつけられることによって鮮やかな音が鳴る。鹿威しはこのような運動を繰り返す。



2 昨年度の研究

(1) 方法

研究には自作の鹿威しを使用した。筒の重さ 234g、全長 567mm、水がたまる部分の長さ（これを給水部と呼ぶ）238mm、外径 37mm、内径 34mm のアクリル製。切り口の長径は 58mm、短径は 30mm で切り口の角度は 30° 。支点の穴は直径 9mm。仕切りとして厚さ 1mm のプラスチック製の下敷きを直径 37mm の円形に加工した。土台と柱は木材製。回転の軸として直径 7mm のアルミ棒を用いる。重りは、250ml ペットボトルの中に石膏を入れたものを使う。筒の切り口が水平になるように、筒の角度を 30° として静止させた状態から運動を開始する。ポンプをホースとつなぎ水を後ろから 45° の角度で流す。水流が当たる位置 3 ヶ所、支点の位置 7 ヶ所、重りの重量 15 種類でそれぞれ組み合わせで計 315 種類の条件についてどのような周期運動になるのか研究を行った。

(2) 運動の種類

研究を進めていく中で、次のような運動が確認された。

・1 周期運動

給水部に水がたまる。給水部の水の重量が、末端側の重量を超えたとき、傾いて水が排出され、元に戻る。この運動を繰り返す。

・2 周期運動

水勢によって一度傾くが、十分に給水部に水が入らない。すると、先端側の重量が末端側よりいまだ小さいため、水が排出される前にもとに戻る。再び給水部に水が入り、一回目の傾きで排出されずに残った水と新たに入った水の総重量によって大きく傾く。よって完全に水が排出される。この運動を繰り返す。

・3 周期運動

2 周期運動の一度目の傾斜と同じ現象が二度起こる。三度目に大きく傾き、水がすべて排出される。この運動を繰り返す。

一般に、各周期運動のなかで、鹿威しが傾くたびに傾く角度が大きくなり、各周期運動の最後の傾きの角度が最も大きいことがわかっている。以下、はじめの、鹿威しを静止させている状態の角度を 0° として、そこから傾いた角度の極大値を「傾斜角度」、各周期運動での最後の傾きを「最終傾斜」、このときの傾斜角度を「最終角」と呼ぶことにする。また、2 周期運動と 3 周期運動が不規則に連続して繰り返す、2、3 周期運動が確認された。昨年度はこの 2、3 周期運動に着目し、ある周期運動の次の運動はどちらの周期になるのか予測する研究を行った。

(3) 結果

上記の 315 種類の条件について運動を観察したところ、2 周期、3 周期、2、3 周期運動が

起こるための具体的な条件がわかった。

各周期運動の最終角が 42° 、 43° 付近より小さい場合、その次の周期運動は 2 周期になりやすい。一方で、 42° 、 43° 付近より大きい場合その次の周期運動は 3 周期になりやすいという二点が分かった。したがって、各周期運動の最終角がわかれば、その次の周期運動の周期を予測することができるという結論にたどり着いた。

この研究の発展として、各周期運動からいくつか先の周期運動の周期を予測することを試みたが、残念ながら予測することはできなかった。なぜなら、この運動がカオスだからである。カオスの定義は、「初期条件のわずかな差が、以後の運動において大きな違いを生じさせ、先の結果が予測できない現象」である。また、初期条件がわずかに変わるだけで、長時間後の運動に大きな違いを生じさせる性質を「初期値鋭敏性」と呼ぶ。よってカオスとは、この初期値鋭敏性によるその後の運動の予測が困難な現象のことである。

以上から、本年度の課題として、2、3 周期運動における運動の予測とカオスの解明が挙げられた。

3 本年度の研究

(1) 目的

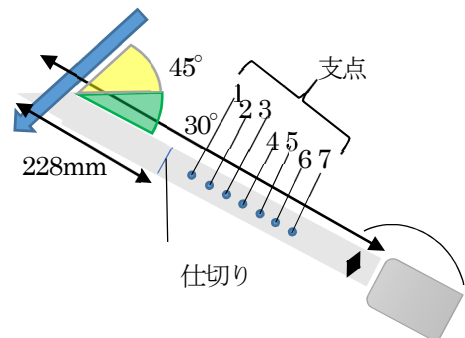
前述の通り、さらなる運動の予測とカオスの解明が課題だったが、本年度の研究計画を進める中でいくつかの課題点が見つかったので、その課題について研究を進めることにした。

ア 昨年度の鹿威しは、回転の軸として用いたアルミ棒の太さ 7mm に比べ、鹿威しの支点の穴が 9mm と大きい。さらに、軸のアルミ棒の太さに比べ、このアルミ棒を支えるゲンコと呼ばれる道具の穴の太さは 10mm であった。この差により、鹿威しが傾いてもとに戻る動作において、重りが台につくときの衝撃により鹿威しの筒全体が跳ね返ってしまっていた。単純に計算しても最大 5mm も軸が動いていたことになる。軸を中心として運動する物体において、運動の途中で軸の位置が動いてしまうと正確な運動にならない。したがって、新しく鹿威しを製作し、水勢、支点の位置、重りの重量について条件を増やし、どのような条件でどのような周期運動になるのかを調べた。

イ 昨年度は、二つ以上先の周期運動の周期が不規則で予測できなかったため、その運動がカオスであるとして結論付けた。しかし、そもそもその不規則な運動がいわゆる「カオス」と呼ばれる運動なのか疑問に感じ、調べることにした。

(2) 方法

昨年度の鹿威しを参考にし、新しく鹿威しを製作した。鹿威しの筒として昨年度と同種の透明なアクリル製の筒を購入し、加工した。全長 542mm、内径 30mm、外径 36mm、給水部の長さ 228mm、切り口の長径 63mm、短径 30mm、角度 30° 。鹿威しの末端より 290mm、260mm、230mm、200mm、170mm、140mm、110mm の位置に計七つ支点を設け、穴の直径は約 6mm、支点間の距離は 30mm。その穴に回転の軸として直径 6mm のアルミ棒を通す。また、支点番号を鹿威しの先端に最も近いものから 1 とし、末端に最も近いものを 7 とする。仕切りとして厚さ 1mm のプラスチック製の下敷きを直径 36mm の円形に加工して使用。鹿威しの土台は昨年度と同じ木材製のものを使用。重りは 250ml ペットボトルに石膏を詰めたものを使用。重量はペットボトルの重量を含めて、30g、45g、60g、75g、90g、105g、120g、135g、150g、165g、180g、195g、210g、225g、240g、255g、270g、285g、300g の計 19 種類。ポンプは水勢の調整できる二種類のものを使用。水勢は 114.28ml/s、168.52ml/s、181.94ml/s、214.70ml/s、248.53ml/s、255.76ml/s の計 6 種類。筒の切り口が水平になるように筒の角度を



30° として静止させた状態から運動を開始する。ポンプをホースとつなぎ水を後ろから 45° の角度で流す。また、本年度は水流をあてる位置は固定した。

(3) 結果及び考察

ア 水勢 6 種類、支点の位置 7 種類、重りの重さ 19 種類でそれぞれ組み合わせ、計 798 種類の条件においてどのような周期運動になるのか調べた。右に、水勢 114.28ml/s の条件下で支点の位置と重りの重量を変化させたときの運動の表を代表して載せる（表Ⅰ）。数字は周期の数、「(×)」は鹿威しがなんらかの理由で運動の途中でつり合ってしまった場合を表す。また、「×」は鹿威しが運動できないほど重りの重量が大きい場合、または、先端側の重量が末端側の重量よりも大き

表Ⅰ

支点 重り [g]	1	2	3	4	5	6	7
30	1	(×)	1	×	×	×	×
45	(×)	1	(×)	×	×	×	×
60	×	1	1	1	×	×	×
75	×	(×)	1	1, 2, 3	(×)	×	×
90	×	×	1	2	1	×	×
105	×	×	1	1	1	(×)	×
120	×	×	×	1	(×)	(×)	×
135	×	×	×	1	1	(×)	×
150	×	×	×	1	1	(×)	(×)
165	×	×	×	(×)	1	(×)	(×)
180	×	×	×	×	1	1	2
195	×	×	×	×	1	1	(×)
210	×	×	×	×	1	1	(×)
225	×	×	×	×	×	1	(×)
240	×	×	×	×	×	1	(×)
255	×	×	×	×	×	1	(×)
270	×	×	×	×	×	1	(×)
285	×	×	×	×	×	2	(×)
300	×	×	×	×	×	(×)	(×)

く鹿威しとして運動できない場合をそれぞれ表し、表左下側の集団は前者、表右上側の集団は後者である。この結果より、鹿威しが運動するためには、支点の位置が先端に近いほど重量の小さい重り、支点の位置が末端側に近いほど重量の大きい重りが必要であることが再確認された。また、昨年度の研究で、水勢が三種類だったため、情報に乏しいと判断し、昨年度より水勢の強いポンプを新たに購入し、こちらについても研究を行った。下の表は最も水勢の強い 255.76ml/s の条件下での運動の表である（表Ⅱ）。表内の記号は先ほどの表と同様である。表から読み取れるように、先ほどの水勢 114.28ml/s の場合と比べて、2 周期運動や 3 周期運動などの周期がはっきりとし

表Ⅱ

支点 重り [g]	1	2	3	4	5	6	7
30	(×)	(×)	(×)	×	×	×	×
45	(×)	(×)	混	×	×	×	×
60	(×)	(×)	混	(×)	×	×	×
75	×	(×)	混	混	×	×	×
90	×	(×)	(×)	混	(×)	×	×
105	×	(×)	(×)	混	(×)	×	×
120	×	×	(×)	(×)	(×)	(×)	×
135	×	×	(×)	(×)	(×)	(×)	×
150	×	×	(×)	混	(×)	(×)	(×)
165	×	×	×	(×)	(×)	(×)	(×)
180	×	×	×	(×)	(×)	(×)	(×)
195	×	×	×	(×)	混	(×)	混
210	×	×	×	×	混	(×)	混
225	×	×	×	×	(×)	(×)	混
240	×	×	×	×	(×)	(×)	混
255	×	×	×	×	(×)	(×)	混
270	×	×	×	×	(×)	混	混
285	×	×	×	×	(×)	混	(×)
300	×	×	×	×	×	混	(×)

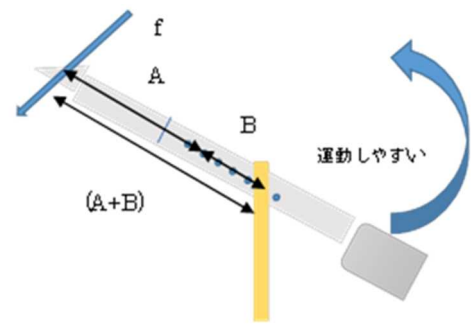
た運動が明らかに少ない。そして、新たな運動が見つかった。昨年度は、4 周期が最大の周期だったが、本年度の研究の過程で、5 周期、6 周期などのさらに大きい周期が運動の途中で発生し、最大で 138 周期が確認された。これを「周期混合運動」と呼ぶこととし、上の表では「混」と表されている。ここで、一連の運動の中でさまざまな周期の運動が連続して不規則に起こる運動のすべてを「周期混合運動」と呼んでおり、半永

表Ⅲ

水勢 重り [g]	114.28 ml/s	168.52 ml/s	181.94 ml/s	214.76 ml/s	248.53 ml/s	255.76 ml/s
30	(×)	×	×	×	×	×
45	(×)	(×)	(×)	(×)	×	(×)
60	1	(×)	(×)	(×)	混	(×)
75	1, 2, 3	(×)	(×)	(×)	混	混
90	2	(×)	(×)	(×)	(×)	混
105	1	(×)	1	(×)	(×)	混
120	1	1	1	(×)	(×)	(×)
135	1	1	1	(×)	(×)	(×)
150	1	1	1	(×)	(×)	混
165	(×)	(×)	1	(×)	(×)	(×)
180	×	(×)	(×)	(×)	(×)	(×)
195	×	×	×	(×)	(×)	(×)

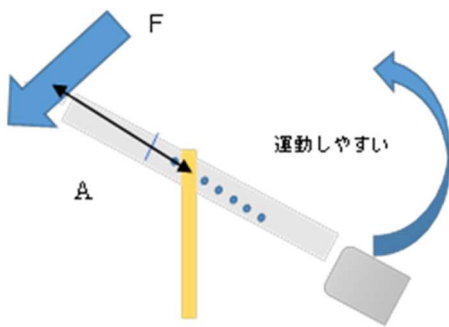
久的に同じ周期の運動が続く 2 周期運動や 3 周期運動とは定義が異なる。

周期混合運動が起こる原因として、2 周期運動や 3 周期運動と同様に主に水勢が考えられる。つまり、二つの表からも読み取れるよう水勢が強いほど周期混合運動が起こりやすい。前述の通り、2 周期運動や 3 周期運動に水勢によって運動する。しかし、水勢が強いとき、水勢だけで傾くのは難しいため、給した水の重量によってのみ傾く 1 周期運動が起こる。一方、水勢が比較的強いとき、水勢がど鹿威しが傾きやすいことは明らかなので、が元に戻って再び傾くまでの時間が短い。す鹿威しに給水される時間も短くなる。さらに、水勢が強いほど、給水されるとき水が跳ね返りやすいので、一度の給水では水がたまりにくい。したがって、必要量の水がたまるのに時間がかかり、最終傾斜まで到達するために何度も給水しなければならない。このようにして、水勢を強くするほど周期が大きくなり、周期混合運動が起こると考えられる。



に、水と考えるのは主として、水が跳ね返りやすいほど強いほど、鹿威しすると、

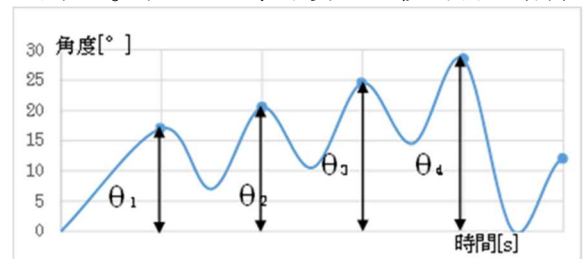
表Ⅲは支点 4 の条件下で水勢と重りの重さを変化させたときの運動の表である。なお、重りの重量 210g 以下は鹿威しが運動しないため省略してある。表より、水勢が強い方が周期混合運動が起こりやすいことがわかる。また、水勢の比較的弱い水勢 114.28ml/s、168.94ml/s



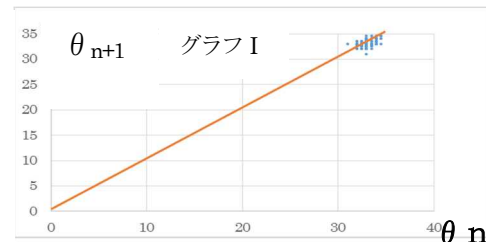
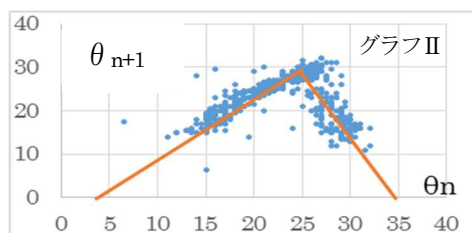
などの場合においても、ほとんど振動に近いが周期混合運動が発生した。これは、先ほどの考察と矛盾する。そこで、別に考えられる原因は、支点の位置である。鹿威しの運動をこの原理で考えると、水流の当たる位置は力点、末端の重りは作用点である。前述の通り、周期混合運動は水勢が比較的強い場合、つまり力点に働く力が比較的大きい場合に起こりやすい。すると、作用点の重りが運動しやすくなる。すなわち、周期混合運動が起こるには、作用点の重りが運動しやすい状態でなければならないと考えられる。また、一般にこの原理において、

支点と力点の距離が大きいほど、作用点は運動しやすい。すなわち、水勢が比較的弱い場合であっても、支点が末端よりにあり、水の当たる位置との距離が比較的大きい状態ならば、周期混合運動は起こりうると考えられる。

また、表内で「(×)」と表された運動について、何らかの理由でつり合うと記述したが、その何らかの理由として、先ほどと同様に水勢が考えられる。鹿威しは、傾いた後重りの重量によって元に戻るはずである。しかし水勢が比較的強い場合、鹿威しの末端が土台につく前に水勢によって押し戻されてしまう。すると、鹿威しが土台につくことなく傾き、これが繰り返されることで鹿威しの運動の勢いが弱くなる。そして、やがてはつり合ってしまった、微振動になったりしてしまうと考えられる。



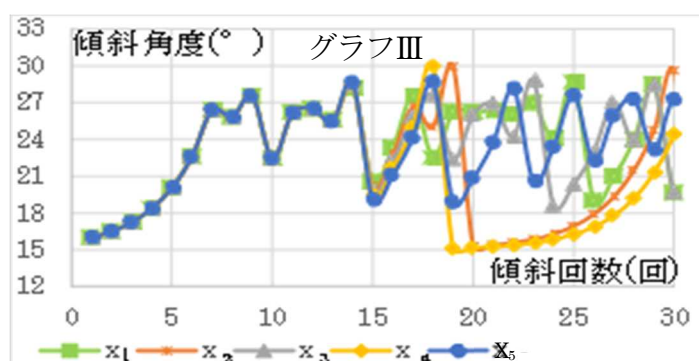
イ アで観測した周期混合運動の中で、周期がわかりやすい運動に着目した。それぞれの運動



について約 10 分間動画を撮影し、それぞれの運動のすべての傾斜角度を計測した。そして、

各運動の最初から n ($=1, 2, 3, \dots$) 番目の傾斜角度を θ_n とし、 x 軸に θ_n 、 y 軸に θ_{n+1} をとったグラフを作成した (グラフⅡ)。また、これらと比較するために 1 周期運動についても同様のグラフを作成した (グラフⅠ)。グラフⅠは水勢 114.28ml/s、支点番号 2、重りの重量 60g でのグラフである。すべて $y=x$ の直線上及びその周辺に角度のデータがまとまっている。よって、1 周期運動において、傾斜角度の大きさにほとんど差は生じないということが分かる。グラフⅡは水勢 114.28ml/s、支点番号 6、重りの重量 285g の条件下でのグラフである。上に凸の曲線上及びその周辺に角度のデータがある程度まとまっていることが分かる。よって、この運動は、グラフⅠにおける運動とは異なる種類の運動であると判断できる。そこで、この運動がカオスであるかどうかを視覚的にとらえるために、別のグラフを作成した (グラフⅢ)。

まず、先ほどの上に凸の曲線を 2 つの直線の方程式 ($y=ax+b$) で表す。具体的にグラフⅡについて、 $\theta_n=x<25^\circ$ のとき $y=1.5x-7.5$ 、 $\theta_n=x>25^\circ$ のとき $y=-3x+105$ と表せる。そして、傾斜角度 $\theta_n=x=16.00000^\circ$ 、 16.00001° 、 16.00002° 、 16.00003° 、 16.00004° の五種類をそれぞれ x に代入し、求められた値 y を再び x に代入する。このような作業を繰り返す。そして、五種類の運動について求められた値 y を順に縦軸にとり、五種類の運動をそれぞれ表すグラフにする。すると、そのグラフから、初期条件として傾斜角度を 10 万分の 1 度変化させたとき、その後の運動にどのような変化が表れるか予測することができる。仮にこれらの運動がカオスでない場合、はじめの傾斜角度を 10 万分の 1 度変化させただけではその後の運動に変化は見られない。一方、これらの運動がカオスである場合、この五種類の運動は、長時間後にそれぞれ異なる運動に必ずなっているはずである。



ウ 以上より、これら二つの運動は、「初期条件のわずかな差が以後の運動において大きな違いを生じさせ、先の結果が予測できない現象」というカオスの定義に当てはまるといえる。したがって、これらの運動はカオスであると判断することができる。グラフⅢより、これら二つの運動はカオスであると判断できた。そして、グラフⅡより、カオスは角度のデータを複数の直線の方程式でおおむね表せることが分かった。データが直線の方程式でおおむね表せるということは、 x の値が決定すれば y の値もある程度決定するということである。したがって、鹿威しにおけるカオスは完全に周期の不規則な運動で、傾斜角度も不規則であると考えていたが、実際は、傾斜角度が決定すると次の傾斜角度がある程度予測できると考えられる。

5 まとめ

同じ周期の運動が半永久的に続く 2 周期運動や 3 周期運動のほかに、異なる周期の運動が連続して不規則に起こる周期混合運動が起こることが分かった。それは、水勢が比較的強く、力の作用点である鹿威しの末端が、運動しやすいときに起こりやすいと考えられる。また、水勢が比較的弱い場合においても、水流の当たる位置、すなわち力点と支点との距離が比較的大きい場合ならば周期混合運動は起こると考えられる。なぜなら、力点と支点との距離が大きいほど、作用点が運動しやすいためである。また、上記の周期混合運動は、カオスであると判断できた。なぜなら、これらの運動は、初期条件として傾斜角度をわずかに変化させただけで、長時間後に全く異なる運動をするためである。来年度は、これらのカオス運動のさらなる解明の発展を試みたい。

6 参考文献

静岡県小・中・高等学校児童生徒 理科研究発表論文集 2014 年版「鹿威しの運動予測」

