

3. 鹿威しの運動予測

静岡県立浜松北高等学校 物理・化学部

2年 石津尚樹、大西雄大、川本裕太、山本隆正

1年 川本皓史、高林礼人、森田皓也

1 はじめに

鹿威しは主に竹で作られており、日本庭園などでよく見かけられる。竹の中に水が溜まってゆき、水が一定の量を超えると筒が傾いて水がこぼれる。そのあと、また水が溜まりこぼれる。鹿威しはこの動作を繰り返す。昨年度の研究では、鹿威しに通常と異なった動きが幾つかあることが分かった。動き方の種類としては、「1周期運動」、「2周期運動」、「3周期運動」がある。



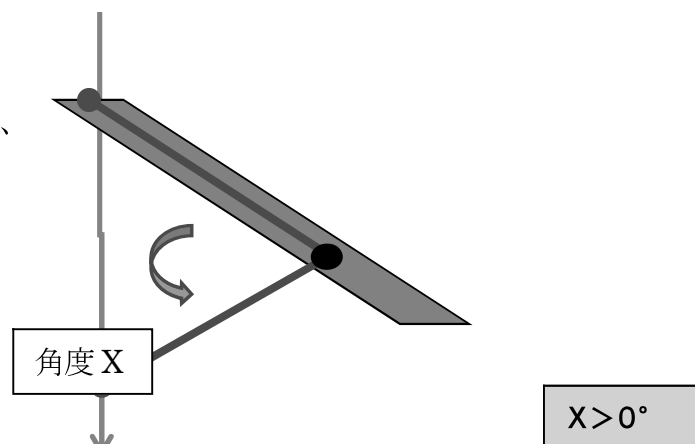
1周期運動 筒に水が入るごとに鹿威しが傾き、水が出るという普通の運動。

2周期運動 二回傾く内、一回目があまり傾かないで水もこぼれず、二回目で大きく傾き水が出る運動。一回目で入る水の重さと筒にあたる水の勢いによって鹿威しが傾くが、筒が水流から外れると水流の力がなくなる為、鹿威しがもとに戻りまた水が入る。一回目に入った水の重さと二回目で入った水の重さと水流によってまた鹿威しが傾き、二回目は筒の中の水の量が大きく傾くのに十分な為、鹿威しが大きく傾いて水がこぼれる。

3周期運動 三回傾く内、一回目と二回目があまり傾かないで水もこぼれず、最後の一回で大きく傾き水が出る運動。基本的に発生する理由は2周期運動と同じだが3周期運動の場合は、二回目では、大きく傾くために十分な水の量が入らず、三回目に水が入ると水の量が十分に大きくなり大きく傾く。

また、2周期運動と3周期運動の両方が不規則に発生するという運動があることも分かった。これを以後「2, 3周期運動」と呼ぶ。今回の研究はこの運動に着目した。

※以下において筒の角度とは、始めの安定した状態を 0° として、そこからどれだけ動いたかを表すものとする。



2 目的

2, 3周期運動について、次に2周期運動が起きるのか、それとも3周期運動が起きるのか予測できるかどうかを次の(1)と(2)の条件のもとで調べた。

(1) 末端の重しが台の上になっている、つりあいの位置にある時、筒に入っている水の量から、最初にどちらの運動が起きるかを予測できるか。

(2) 連続した動きの中で、次に2周期運動が起きるのか3周期運動が起きるのか予測できるかどうか。

さらに、次のことを調べた。

(3) 水の当たる位置を変えるとどのように運動が変わるか。



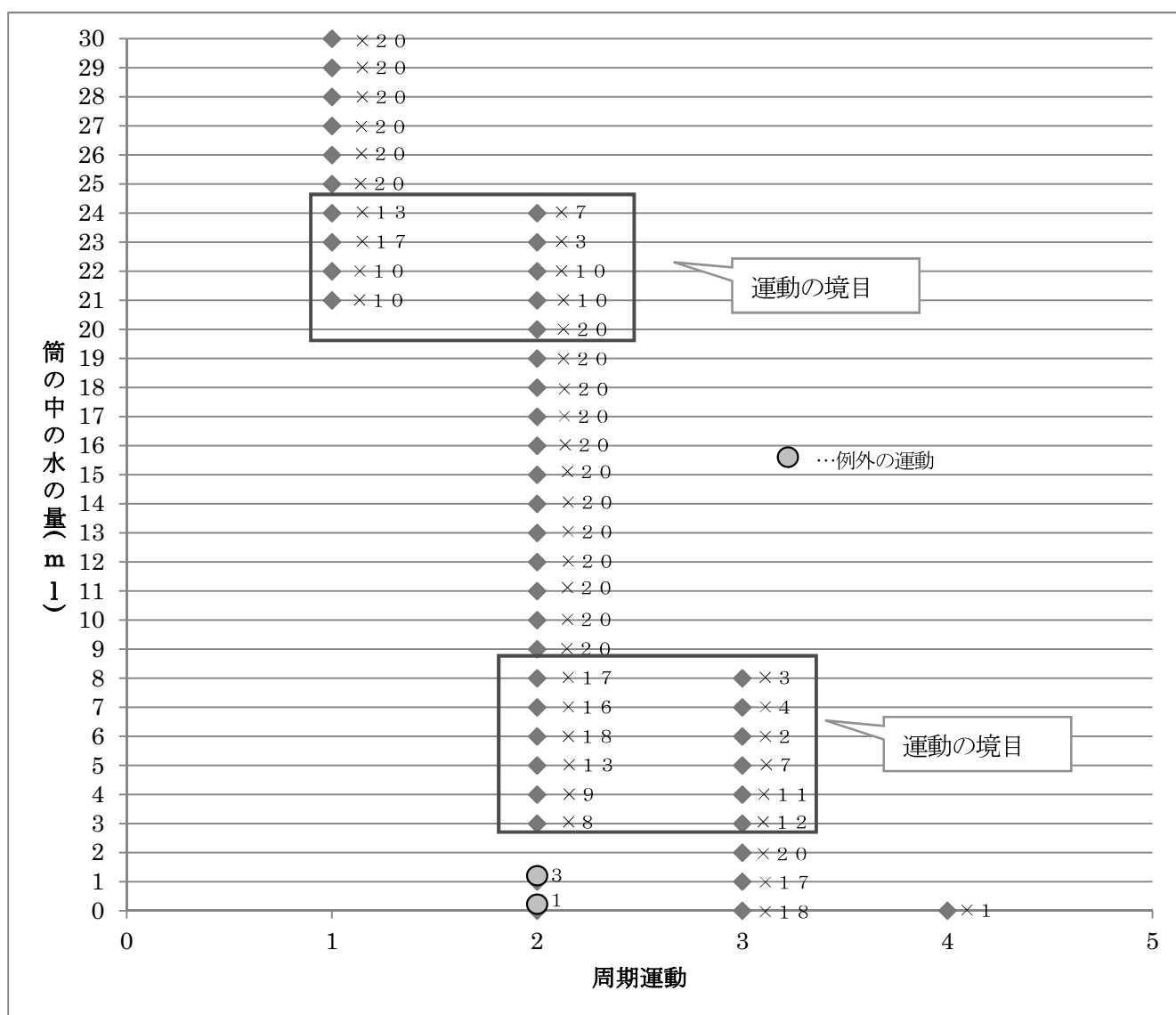
3 方法

研究には自作の鹿威しを使う。筒は重さ234g、全長567mm、水が溜まる部分の長さ238mm、外径37mm、内径34mmの亚克力製。水が入る穴の長径（内径）は58mm、短径（内径）は30mmで切り口の角度は30度。支点の穴は直径9mmで穴の中心から筒の先端までは454mm。仕切りの下敷きは厚さ1mm、直径37mmのプラスチック製。土台と柱は木材製。支点の穴にはアルミ棒を通す。ポンプをホースとつなぎ水を後ろから45°の角度で流す。重りはペットボトルの中に石膏を入れたものを使う。重りの質量は200g。

- (1) 昨年度の研究を基に鹿威しの支点の位置、重りの重さ、筒に落下する一秒間あたりの水の量を調整し、2, 3連続運動が発生する状態をつくる。その後、0°で静止している時の筒の中に入っている始めの水の量を変化させて鹿威しを動かす。水の量は最も少ない時で0ml、最も多い時で30mlとして1mlずつ変化させる。水を出した後に2周期運動と3周期運動のどちらが起こったか確認する。これを各量について20回通りずつ行う。
- (2) まず、(1)と同じように条件を調節し2, 3周期運動をつくった。その映像を10分間撮り、それをもとに2周期運動、または3周期運動の最後の折り返し点の角度と次の運動の関係のグラフを作った。
- (3) 鹿威しに当たる水的位置を三箇所決め、それぞれどのような運動になるか20回ずつ測り平均を出した。

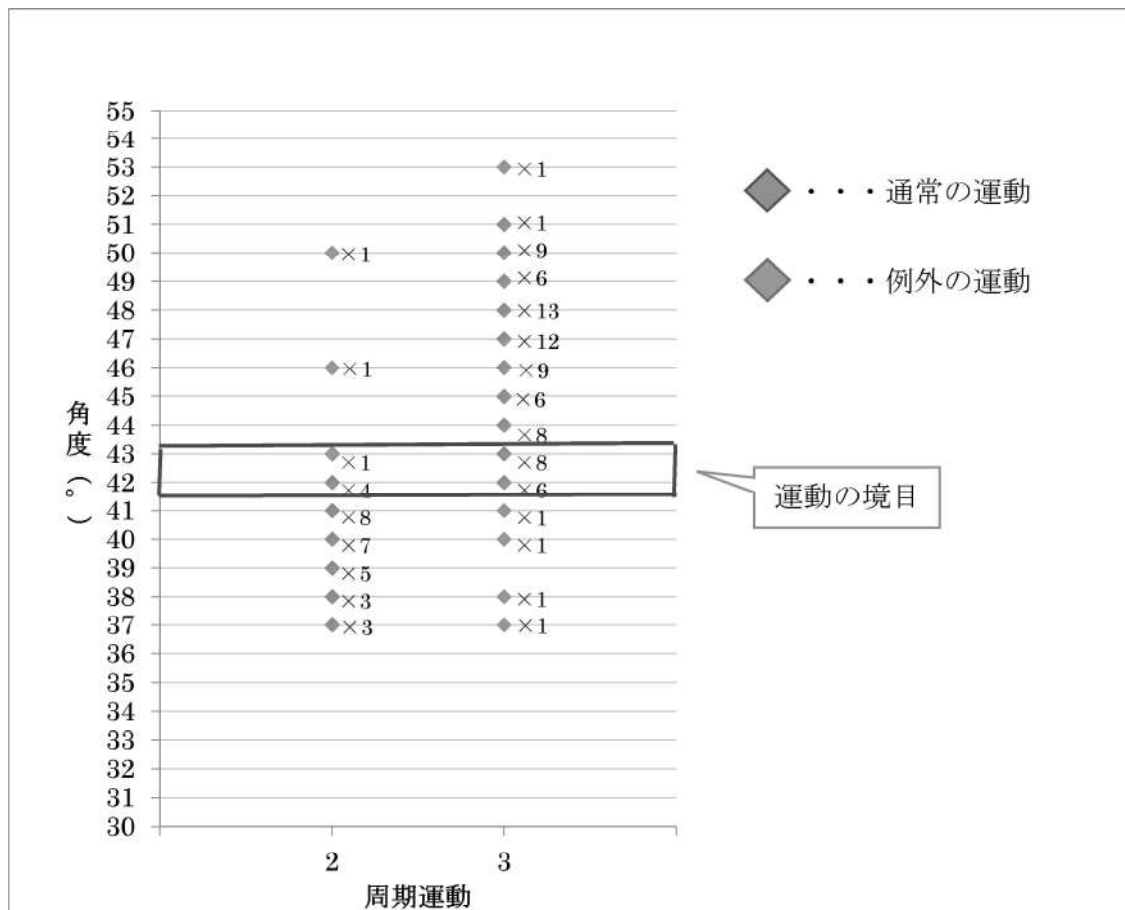
4 結果と考察

- (1) 0°で静止している時の筒の中に入っている始めの水の量と最初に起きる運動の関係を以下に表す。図中の、例えば「×20」は20回運動が生じたことを示す。図より、始め

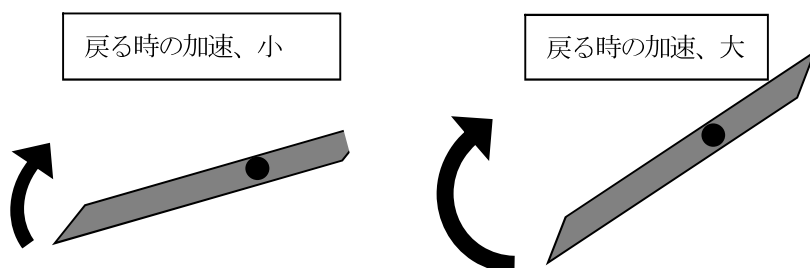


に入っている水の量が多い場合は2周期運動が起こり、水の量が少ない場合は3周期運動が起こることが分かった。また、水の量を更に多くしていくと1周期運動が起こることも分かった。しかし、1周期運動は入らなければならない水の量が多い為、連続した動きの中では発生しにくいものである。運動の境の領域を除いて最初の筒の中の水の量により起きる運動がほぼ決まることが分かる。

(2) 運動の最後の折り返し点の角度と次の運動の関係を示す。



上図より運動の最後の折り返し点での角度が大きいと次の運動が3周期運動になり、角度が小さいと2周期運動になるということが分かった。(1)より、運動は始めに入っている水の量と関係がある為、運動の前の運動の最後の角度と運動の始めの水の量には関係性があるのではないかと考えた。具体的に言うと、運動の最後の角度が小さいと次の運動の始めに筒に入る水の量が多く、角度が大きいと入る水の量が少という関係性。物理的観点から見ても、角度が小さい時は筒が水に触れる時の速さの値が小さく、筒が水に触れる時間が長くなる為、水が多く入ると考えられる。



そこで、運動の最後の折り返し点の角度とその次の運動の0°における始めの水の量の関係について調べてみた。

実際に測ってみた所、確かに上記の予想のとおりになった。45°からスタートさせた場合は平均で32.8ml水が入り、90°からスタートさせた場合は平均27.3ml水が入る。

	45°							
水の量 (ml)	33.0	33.8	32.8	33.0	32.0	32.8	32.9	32.2

平均・・・32.8ml

	90°							
水の量 (ml)	27.4	27.6	27.6	27.5	26.0	27.7	27.0	27.8

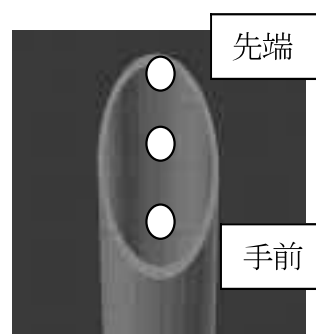
平均・・・27.3ml

今までの結果と考察で、「傾く角度が大きいと筒に入る水の量が少なくなり、角度が小さいと水の量が多くなる」、「入る水の量が少ないと2周期運動になり、水の量が多いと3周期運動になる」、ということが分かった。

この事実により運動の最後の折り返し点での角度から次の運動を予測することができる。しかし、さらにその次の運動を予測することは出来ない。それは、運動の最後の折り返し点の角度から次の運動の最後の角度を予測することが出来ないからである。2, 3周期運動のデータから規則性を見つけることが出来なかった。例えば、最後の折り返し点での角度が47°の時、次の運動の最後の角度は41°、46°、49°など、ばらばらになっていて規則性がない。運動の境目の42°より大きい角度と小さい角度にまたがって分布するので、2周期運動か3周期運動かは決まらないことになる。このようなことが起きるのは、この運動がカオスだからだと思われる。カオスとは初期鋭敏性によりその後の運動が予測出来ないことである。初期鋭敏性とは始めの条件が微かにでも変わるとその後の運動が大きく変わってしまうことである。そして、初期条件の微かな変化を完全に知ることが出来ないのもその後の運動を知る事が出来ないということである。折り返し点の角度がわずかにでも変化する時、次が2周期運動か3周期運動かは変わらなくても、最後の折り返し点の角度が大きく変わってしまい、その次の運動は予測不可能になってしまう。

(3) 水の当たる場所と運動の関係性について以下に示す。

	運動
先端	2周期運動
中央	1周期運動
手前	×(運動がおこらない)



水が穴の先端付近にあたると水がこぼれる前に何回か小さく傾く運動になりやすく、支点に近いほうにあたると傾くたび水がこぼれる運動になりやすいと言える。その理由は以下の通りある。

力のモーメントを M 、筒に当たる水の力を F 、支点から水の当たる位置までの長さを L とすると

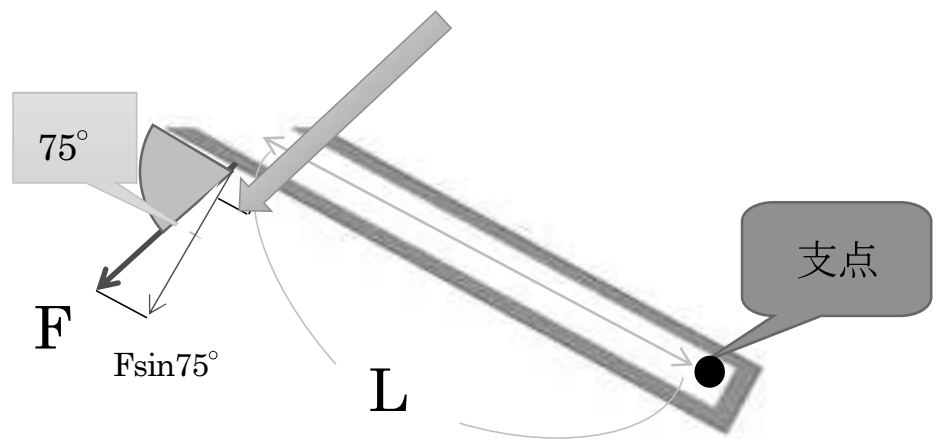
$$\begin{aligned} M &= LF \sin 75^\circ \\ &= LF \sin(30^\circ + 45^\circ) \\ &= LF(\sin 30^\circ \times \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \times \sin 45^\circ) \\ &= LF\{(\sqrt{2} + \sqrt{6})/4\} \end{aligned}$$

と表すことができる。

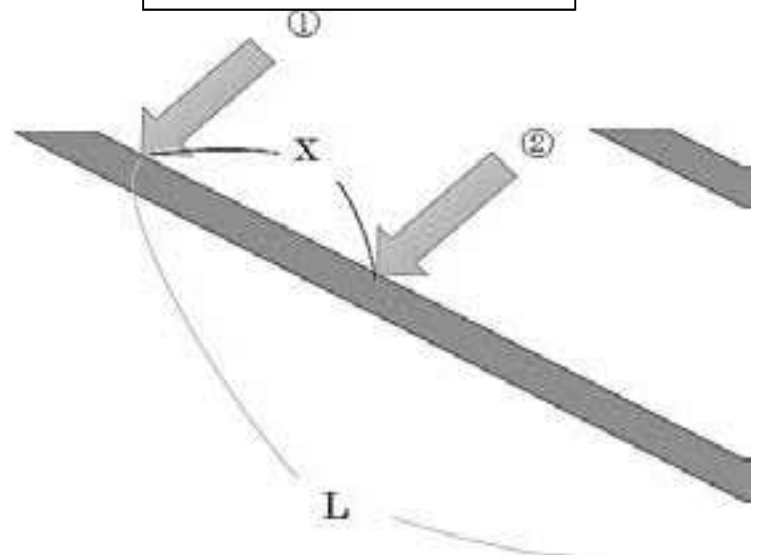
そして、水の当たる位置の差を X とすると

$$\textcircled{1} M_1 = LF\{(\sqrt{2} + \sqrt{6})/4\} \quad \textcircled{2} M_2 = (L - X) F\{(\sqrt{2} + \sqrt{6})/4\}$$

$L > L - X$ なので $M_1 > M_2$ である。よって水の当たる位置が筒の先端の方であればあるほど力のモーメントが大きい。すると、筒が傾きやすくなり、水流に当たる時間が短くなる。したがって、筒の中に溜まる水の量も少なくなり、水流から外れると水の重さだけでは大きく傾かず、筒が元の位置に戻りやすくなる。筒の中に十分な量の水が溜まるまでこの動作が起こる。その為筒に当たる水の位置が先端に近い程、3周期運動などの大きい運動になりやすい。逆に、当たる位置が穴の奥になる程1周期運動などの小さい運動になりやすい。ここで「大きい運動」とは n 周期運動の n が大きい運動である。



上図の先端部の拡大



5 まとめ

運動が始まる時に筒の中に入っている水の量か、前の運動の最後の折り返し点の角度が分かればその直後に起こる運動を予測できる。しかし、その次の運動を予測することは出来ない。それは、この運動が初期鋭敏性を持つカオスだからである。また、筒の穴に当たる水の位置が筒の先の方であると水がこぼれる前に何回か傾く運動になりやすく、奥の方であると傾くたびに水がこぼれる運動になりやすい。