

17. 水ロケットを通した物理現象の探求

静岡県立富岳館高等学校天文同好会
2 年 竹之内 諒 他 2 名

1. 研究の目的

現在私たちは 2 年次生であるが、元々、今年度の初めに 3 年次生の先輩方数人が、有志を集めてロケットの研究グループを立ち上げたという事実を物理の先生に伺った。そして本格的に研究を始めたい生徒を募集していると聞き、参加を申し込んだ。先輩方との研究は思いもかけないアイデアの応酬でとても楽しく奥深い。私自身も航空力学についての研究に興味があり、実験を通してこの分野を根本的に研究し、少しでもこの分野への理解を深めることも含め、その他の理工系分野への教養を広くするためにもこの研究が必要になると思い、この論文を作成した。現在の宇宙開発機構ではどんな理論のもとにロケットの開発を行っているのか。形状は異なるロケットでもより遠くに飛ばせるのか。という疑問から、ロケットについての基礎理論から学び、異なる形状のロケットを複数制作し、それぞれどのような結果が出るのか調査をしようと思い、ロケットの研究を始めた。自分が理解できるまで調べたくこの研究を行った。

2. 研究の実際

(1) ペットボトルロケットを用いた実験

モデルロケットは黒色火薬の入ったエンジンを載せ替えて実験を繰り返す。エンジンは有料であり細かい仕様変更のたびに打ち上げ実験を行っては費用がかかってしまう。論理的検証に力を入れたグループは、ペットボトルロケットを作成し繰り返し実験を行い、検証をしていく。

ア 機体の進歩

まずはマニュアルにある作成法を基本とし 1 体作成した。もう 1 体は基本を逸脱してひらめくままに機体を作成し打ち上げを行った。(図 1、図 2)



図 1

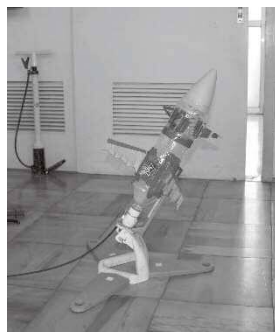


図 2



図 3

図 2 にあるような、羽を機体前部にも取り付けたユニークな発想の機体を作られたが、飛行姿勢が不安定で飛距離は伸びなかった。具体的には、一瞬上昇した後、機体頭部が下がってしまい、地面に向かって加速してしまう動きをした。

その後文献を調べると、飛距離を伸ばすためには、機体の重心、圧力中心の位置が重要であることが分かった。また後に述べる理論的検証から、機体の軽量化も獲得速度を増加させるために有効であることが分かった。以上の点を考慮に入れた機体を作成した (図 3)。

図 3 では図 1 の機体に比べ

- ・機体の軽量化のために、機体前部の飾り部分の胴体を切り詰めた。
- ・切り詰めた分重心は後部 (羽側) に移ってしまうので、圧力中心をさらに後部に移すため羽の形状を工夫し、機体後部からはみ出すような形状にした。

- ・できる限りテープの量を減らすことでも軽量化を狙った。

イ 論理的検証

- ・獲得速度

ロケットは燃料（ペットボトルロケットの場合は水）を高速で噴射し、その反作用を推力として速度を上げていく。飛行中のロケットの質量は、噴射した水の分、減少していく。ロケットが最終的に得る速度を計算するためには、このことを考慮しなければならない。抵抗や重力がないとした場合を考える。類題が高校物理の問題集に掲載されているのでそれを元に考える。

速度 V で等速直線運動をしている質量 M のロケットがある。ロケットは、ある瞬間に質量 m の部品を、ロケットの進む向きと逆向きに大きさ v の相対速度で切り放した。このときの、ロケットの速度の増加分を求める。

部品を切り放した後にロケットの速度が V' になったとする。切り放した直後の部品の速度は $V'-v$ であるから、運動量保存の法則から

$$MV = m(V' - v) + (M - m)V' \quad \dots (a)$$

したがって、ロケットの速度の増加分 ΔV は、

$$\Delta V = V' - V = \frac{m}{M} v \quad \dots (b)$$

ここで、質量 m の部品を、ロケットが噴出した推進剤の質量 dm と考えると (b) 式は

$$dV = -\frac{v}{M} dm \quad \dots (c)$$

これを、ロケットの初速度を 0、打ち上げ前全質量を M 、最終質量を m として増速度の合計を求めるために積分をすると、

$$V = v \ln(M/m) \quad \dots (d)$$

ここで、 V …排出終了後獲得速度、 v …排出速度、 m …最終質量（ロケット本体質量）。

(d) 式から、水をすべて噴出した後にロケットが獲得している速度を求めることができる。

また、 m の値を小さくすること（機体の軽量化）により獲得速度 V を大きくすることを考えた。

- ・排出速度

(d) 式より、獲得速度 V を求めるためには、水の排出速度 v を求める必要がある。

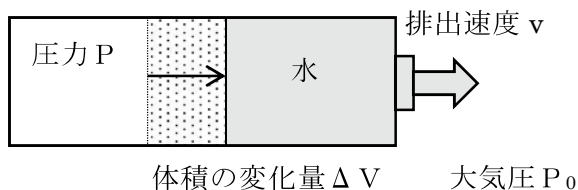


図 4

加圧された機体内部の圧力により水になされた仕事が排出された水の運動エネルギーに変換される。このことから水の排出速度 v を求める (図 4)。

機体を断面積 S の円柱とみなす。水の密度を ρ とし、内部の圧力を P 、大気圧を P_0 とする。

水は機体内部の加圧された空気から圧力を受けて仕事をされる。それが運動エネルギーに変換される。大気圧のした仕事も考慮に入れて、仕事とエネルギーの関係から次式が成り立つ。

$$P \Delta V - P_0 \Delta V = \frac{1}{2} \rho \Delta V v^2 \quad \dots (e)$$

(e) 式を変形して次式が得られる。

$$v = \sqrt{\frac{2(P - P_0)}{\rho}} \quad \dots (f)$$

(f) 式から、排出速度 v は内部の圧力 P に関係していることがわかった。

ここで、内部の圧力 P は一定ではなく、水を排出するにしたがって内部の気体は膨張するので内圧は下がっていくことが想像できる。このことから、ペットボトルロケットにおいては、排出速度 v は一定ではないのではないかと考えた。そのため v を求めるときは、(f) 式の P を、水の量に応じて変化させた。打ち上げによる水の排出の現象はごく短い時間で起こるので、空気の膨張を断熱変化とみなした。断熱変化の時、内部の圧力 P と内部の気体部分の体積 V との間には、

$$PV^\gamma = \text{一定} \quad \dots (g)$$

という関係がある。ここで、空気を 2 原子分子であるとする、 $\gamma=7/5$ である。圧力 P 、体積 V の状態からわずかに気体が膨張したときの圧力を P' 、体積を V' とする。

以上のことを考慮して (f) 式を変形すると

$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho} \left\{ \left(\frac{V}{V'} \right)^\gamma P - P_0 \right\}} \quad \dots (h)$$

が得られる。(h) 式から圧力 P' のときの排出速度を求めることができる。

したがって、(h) 式を用いることにより、初期の状態（圧力 P 、体積 V ）から V' をわずかな値ずつ変化させていったときの排出速度 v を求めることができる。

・内圧測定実験

内部の圧力が分かれば排出速度を求めることができるため、内圧の測定実験を行った。

加圧は自転車等の空気入れを用いて行う。今回の実験は全て加圧する回数は 40 回に統一した。加圧することにより機体の質量はわずかに増す。その増加量を測定すれば、気体の状態方程式を用いてペットボトル内部の圧力を求めることができる ((i) 式)。

$$PV = nRT \quad \dots (i)$$

水を入れていない場合、500 ml 入れた場合、700 ml 入れた場合の 3 種類で質量の増加量を測定し、それぞれの内圧を求めた。空気の増加量から、状態方程式を用いて内部の気圧を計算したところ、3 種類全てのときで 6 ~ 7 気圧という結果が得られた (図 5)。

この実験から、加圧後の内部の圧力は約 6.5 気圧 ($6.56 \times 10^5 \text{ pa}$) とした。

この実験を振り返ってみると、水の量が増えるほどハンドルが重く感じ、空気が入りにくくなることが実感できた。同じ 40 回入れていても、水の量が変わることにより、実際に容器に入っている空気の量は変わってしまっていたと考えられる。

・獲得速度の考察

すでに述べたように、加圧後の内圧から排出速度 v が、排出速度 v が分かればさらに獲得速度 V を求めることができる。最初に入れる水の量を変化させて獲得速度を計算した (図 6)。

図 6 から分かるように、獲得速度は、入れた水の量が 600 ml のときに最も大きくなるという計算結果が得られた。獲得速度 V を実際に測定するのは難しいが、 V の値が大きくなるときの条件は実際の飛距離も大きくなるだろうということは想像がつく。 図 6

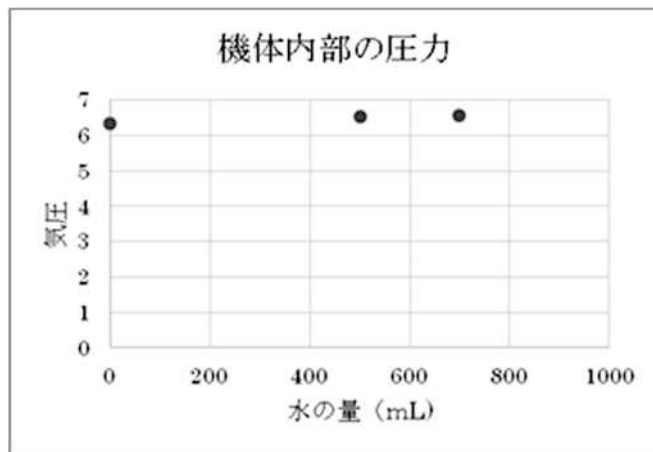
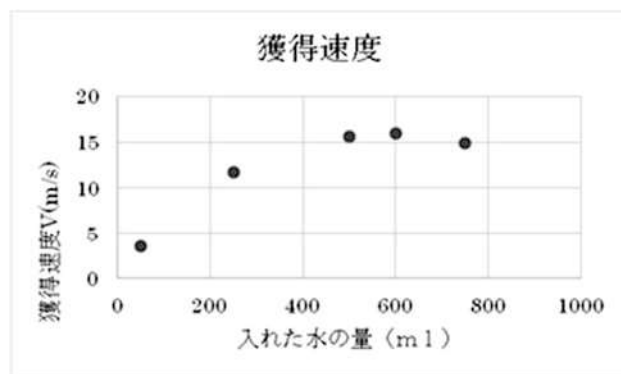


図 5



ウ 実験との比較

獲得速度の理論値は求められたので、実際に実験を行ったときの飛距離と比較した。入れる水の量を変化させて打ち上げ実験を繰り返した(図7)。実際の打ち上げに関しては打ちあがった直後にロケットの先端部分が下がる重力ターンという現象が起こる。そのため発射時の打ち上げ角は 60° とした。

図7から、入れた水の量が $500\text{ ml} \sim 600\text{ ml}$ のとき最も遠くに飛んだことが分かる。ただ 500 ml 近辺のデータ量が少ない。

今後水の量を少しずつ変えて、 500 ml 前後の測定を繰り返したい。計算から得られた獲得速度のグラフ(図6)と比較すると、ピークの値が $500 \sim 600\text{ ml}$ にあるという点がほぼ一致した。

また、図3に示した改良型ロケットの飛距離を測定したところ、非常に飛距離が出た。本校の敷地を隔てる 10 m 程ある高さのネットの、中段より上方にぶつかった。飛距離は、 80 m をはるかに超えていた。今後は発射の向きを変えて 100 m 以上測定できるようにしたい。

エ 加速度についての考察

前述したように、軽量化した機体の打上げは、大きく飛距離が伸びるという結果が得られた。この実験を行っているとき、我々はあることに気付いた。水の噴出が終わろうとしている一瞬、水と空気が混ざり合った状態で噴出されているときがある。この一瞬にさらに機体が加速され、二段加速しているように見えた。この現象は軽量化した機体(今後「改良型」と呼ぶ)を打ち上げたときにのみ実感できた。

この現象について、改良型と、軽量化を施していない機体の打上げ実験を撮影し解析を行った。

まず前述したような、「改良型の空気が排出されている瞬間に加速度がさらに大きくなっている」という現象が本当に起こっているのか確認した。

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad \dots (j)$$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad \dots (k)$$

(j)式よりロケットの速度を、その速度を用いて(k)式より加速度を求めた。(図8)

図8の結果より、 130 g (改良型)の打上げ時加速度は、「水排出時」より「空気の排出時」の方が大きく、二段加速されていることが確認できた。

この二段加速現象について考察してみる。

水排出時の加速度について考えてみる。

ロケットは水を排出することによってその逆方向に推力を得て推進する。そのときの単位時間当たりの推力 F は運動量と力積の関係式から求めることができる。

$$F\Delta t = mv' - mv \quad \dots (l)$$

ここで m は単位時間にロケットが排出する燃料の質量、 v は排出速度である。単位時間当たりで考え、また水の密度を ρ として変形すると、

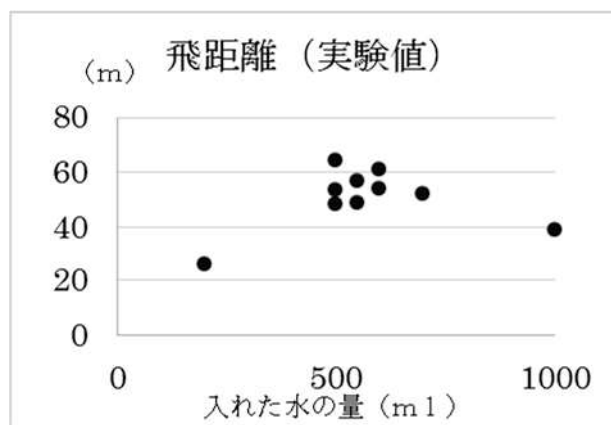


図7

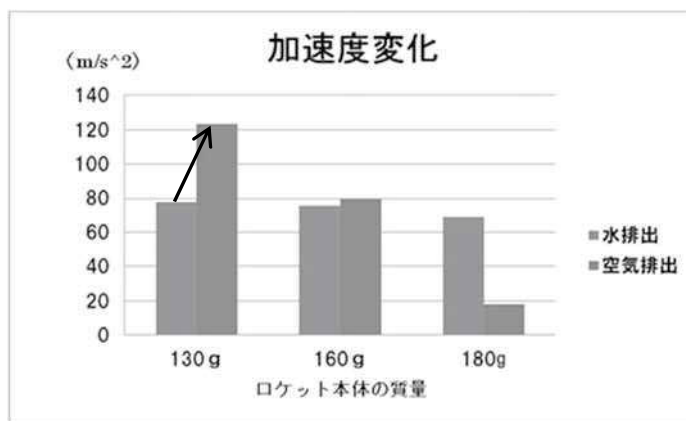


図8

$$F = \rho s v^2 \quad \dots (m)$$

が得られる。(m)式の s は、ロケット排出口の断面積である。(m)式の v は排出速度であり、求められているのでそれを用いる。

推力が得られたので、運動方程式よりロケットの加速度が求められる。計算した結果を図 9 に示す。

図 9 では、実験結果と計算により求めた加速度が両者とも数十(m/s²)というオーダーであり、良い一致が見られた。

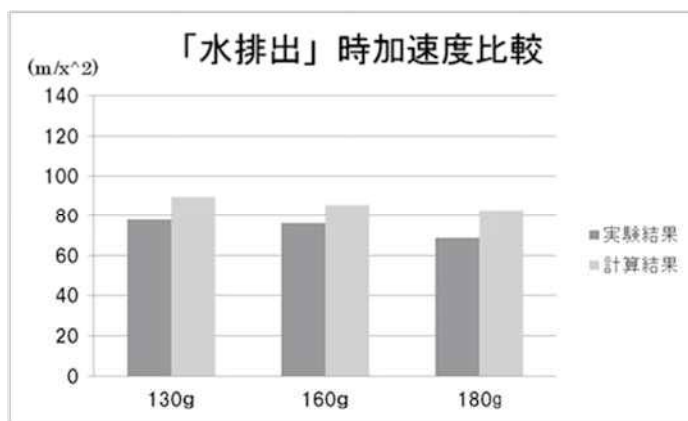


図 9

次に「空気排出」時の加速度について考察したい。しかし、「水排出」時のように排出速度が求められていれば計算により加速度も得られるが、空気の排出速度を求めるためには高校物理の範囲を超えた内容になってしまうので、現時点で求めることは難しい。図 8 の結果から考えると、ロケット本体の質量が空気排出時の加速度に与える影響が非常に大きいということが分かる。今後何らかの方法で「空気排出」時の加速度を求め、実験値と比較を行いたい。

エ 今後の課題

発射実験において、飛距離を求めるためには角度も大きな要素となってくる。角度の影響を排除するために仰角 90° の打ち上げを行い、最高点の測定を行っていく必要がある。また、あえて角度の要素を取り入れて、積極的に角度を変化させ飛距離の向上を図っていく実験も行ってみたい。

加速度についての考察は前述したようにまだ結論が見えていない。どのようなものになるかわからないが、引き続き研究をしていきたい。

(2) モデルロケットを用いた取り組み

モデルロケットは市販されている黒色火薬を用いて打ち上げるロケットである。黒色火薬は購入する必要がある、ペットボトルロケットのように気軽に打ち上げることができない。そこでペットボトルロケットで得られた知識をモデルロケットにフィードバックさせて、限られた打ち上げ回数の中で機体の改良を行ってきた。火薬を用いて打ち上げるので、音、速度ともに非常に迫力があり人気がある。打ち上げ時には多くの生徒が集まる。また、中学生の体験入学のようなイベント時にもデモンストレーション的に打ち上げを行った(図 9、図 10)。我々の究極の目標は、年一回 JAXA で行われる、日本モデルロケット協会主催の全国大会に出場することである。



図 9



3. 最後に

今回、ペットボトルロケットという身近な実験道具を通して、論理的な考察まで取り扱うことができた。高校で学習する範囲の物理にこだわって考えてきた。飛距離を求めて、実際に実験をしながらロケットを改善させていく作業はとても楽しく充実していた。また、物理の授業で学んだ内容を応用させて考えた理論的なことを、実際のロケットの運動に反映させて考える作業がとても新鮮で、授業では得られない興奮を味わうことができた。今後も継続的に研究を行い、新たな発見をしていきたい。

※ 参考文献

- ・アマチュア・ロケットィアのための手作りロケット完全マニュアル
誠文堂新光社 出版 久下洋一 著