

安息角の測定方法に関する考察

静岡県立科学技術高校
自然科学部 2年 紅林佑奈 安倍晴子

1 研究動機

ウェブサイトにて砂の内部摩擦がいまだに解決されていない研究として紹介されていた。幼少期から身近にあり、夢中で遊んでいた砂にいまだ解決されていないことがあるのだと興味を持った。先行研究を調べ、自らも実際に測定していく中で、安息角の測り方が様々かつ、曖昧であることに疑問を持ち、安息角について探求しようと考えた。

2 安息角について

安息角は一定の高さから粉体を落下させて作られた砂山の角度である。身近にあるのは砂時計をひっくり返した時にできる砂山の角度だ(図1)。粒子が大きくなると粒子間の摩擦が増え安息角が大きくなると言われている。また粒子の角が丸いと安息角が小さくなり、粒子の角が尖っているほど角度が大きくなることが知られている。(参考:「安息角」アルファ株式会社 HP)

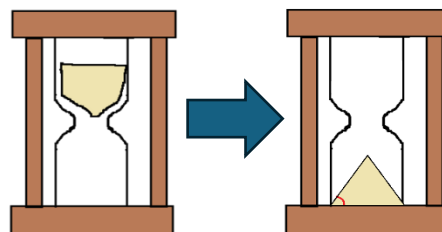


図1 砂時計の安息角

3 安息角の定義について

安息角を調べるうえで様々な定義があった。安息角について述べられている先行研究にあった3つを以下にまとめる。

- (1)「砂や礫などの粘着性のない土の傾斜が巻きこぼした状態で安定を保ちうる最も急な傾斜角」
(土質工学会編, 1985, pp. 106 - 107)
- (2)「砂や礫などの粘着力のない粒状体が、外部からの擾乱のない状態で静止しうる最大の傾斜角」
(井口, 1981)
- (3)「粉体堆積層の自由表面が、静的平衡状態で水平面に対してなす最大角度を安息角という」
(三輪・日高, 1984, p. 129)

それぞれの言い回しが多少異なるが、まとめると安息角は砂礫や粉体が斜面を形成し静止したときの「最大の傾斜角」だといえる。

4 実験装置試作

松倉公憲・恩田祐一(1989)では主に3つの方法があった。注入法、排出法、傾斜法だ。私たちは小規模かつ測定しやすい実験装置を作ること为目标にいくつもの実験装置を試した。以下に私たちが試作した装置とその装置を採用しなかった理由を示す。

(1) 水槽

この実験装置ではコップを使い水槽のふちに沿って砂を落としていった(図2)。しかし使用した水槽はふちにゴム製のパッキンがあったため、直角ではなかった。また、パッキンに砂の付着が目立った。これらは砂山の角度にわずかながら影響を与えると考えるこの実験装置の使用はふさわしくないと考えた。

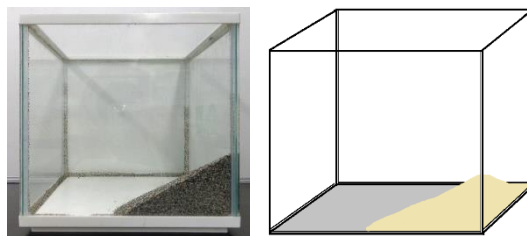


図2 水槽の実験装置

(2) プラスチックの板で作った直角な箱

プラスチックの板を貼り合わせて角が直角な箱を自分たちで作った。砂の落とし方は(1)と同様だ。これは(1)と異なり、パッキンの影響を受けない。しかし、接続部が弱く使用したプラスチ

ックの板が曲がりやすく、形の変形が激しかったことから壊れやすかった。また壊れてしまったため写真はない。

実験装置(1)と(2)のように壁に沿わせて落下させる方法は、装置による砂山の形状に対する干渉を大いに受けると考え、定義(2)にあった「外部からの擾乱のない状態」とは異なると判断したため使用しないことにした。

(3) ろうと

スタンドで固定したろうとを用いて砂山を落とした(図3)。はじめにろうとの出口を手で押さえ、砂を入れる。砂を入れ終わったら手を放し落下させる。落下の高さは、5 cm、10 cm、15 cmとした。装置の影響を受けにくく、砂山の形状は円錐状に積もっていった。しかし、ろうとの中に入る砂の量が限られており、質量を増加させようとすると溢れて不安定になりやすい。また砂の落下開始時からろうとの口と地面が離れていたため、砂山の直径が大きくなりやすいこと。ろうとの中の砂が少なくなっていくと砂の落下速度が増すため頂点部がえぐれるような砂山が形成されること。以上の課題より使用しないことにした。

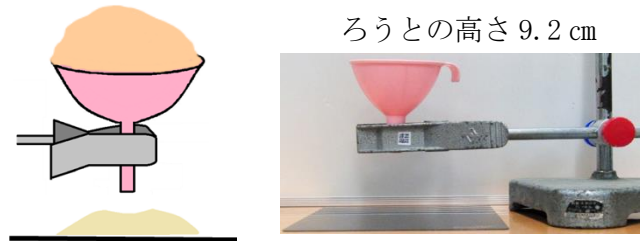


図3 ろうとの実験装置

(4) ダンボールとペットボトルろうとを使った装置

紙ろうとは耐久性に問題があったため、ペットボトルの容器を使用した。以下これをペットボトルろうととする(図4)。

地面との距離を0 cmから始め、ペットボトルろうとを手で上げられるように竹串十字に組んでひもをかけた。竹串を段ボールに通し、まっすぐに引き上げられるように工夫した。そのため手のブレが伝わりにくく比較的同じような形状の砂山を作ることができるようになった。



図4 段ボールの実験装置

しかし、大型な装置の影響で砂山の様子が見えにくく、竹串が引っかかり一定の速度で上げることが難しかったことから、図5のように砂山の形状がいびつになることが多かった。



図5 形がおかしくなった砂山

(5) 装置に求められる条件

以上のことから実験装置には次のようなことが求められると考えた。

- ア 砂山の広がりを抑えることができるもの
- イ 装置が砂山の形に干渉しないこと
- ウ 一定の速さであげること
- エ 落下口の安定性
- オ 垂直に上げること

そこで次の装置を作成し、実験装置を使うことにした。

5. 実験装置

図6に最終的に使用した実験装置を示す。図7はその模式図である。実験装置が形状に干渉しないよう、砂が落ちる様子を見えるようにした。ろうとを安定して引けるよう竹串でひもを固定し(図11)、ろうとに繋がるひもを滑車にかけ、垂直に引き上げるようにした。また一定の速度で上げるよう定規とメトロノームを使用し、メトロノームのタイミングに合わせて0.5秒間に1 cmの速度でひもを引っ張った。口の直径は1 cmの厚紙を貼った。



図6 実験装置

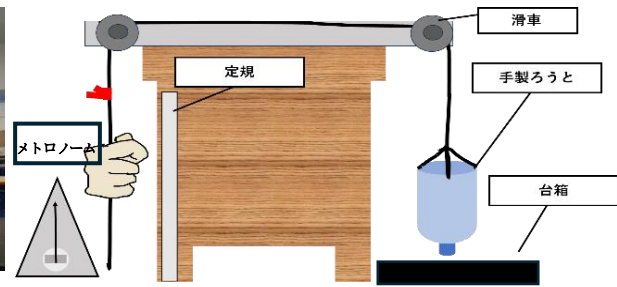


図7 実験装置の模式図

6. 安息角の測り方

(1) 先行研究について

安息角の測定方法を探すと砂の傾斜を作り出す方法を紹介する論文がいくつか見つかった。そのほとんどが図8のように砂山の底辺の両端と頂点を結びその時に成す角度を安息角としている方法があった。

定義から安息角は「最大の傾斜角」でなければならないが砂山を作っていく中で図8右のようなお椀状の砂山ばかりで砂山は頂点が尖らず、砂山の側面が一直線の砂山を作ることは難しかった。そのため従来の方法を使って測ると図8右のように測れない角度があった。また $\tan \theta$ を用いた測定方法にも同様の課題があった(図9)。よって頂点で測る測り方は最大傾斜角が測れないのではないかと疑問に思った。

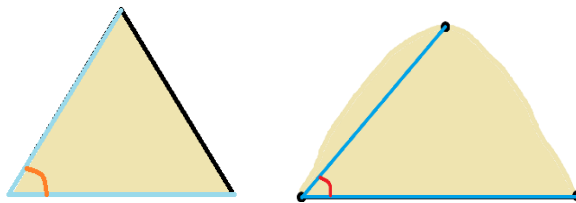


図8 傾斜と頂点部を用いた測定の比較

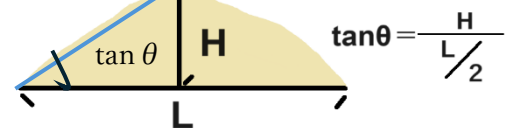


図9 $\tan \theta$ を用いた測定方法

(2) 最大傾斜角の測り方

測れない角度を測るために、最大傾斜角が測れる測り方を考えた。ここでは頂点を取るのではなく底辺の両端と砂山のふちを取って測る(図10)。以降、頂点と底辺の両端を結んだ角を頂点角。底



図10 傾斜角の測り方

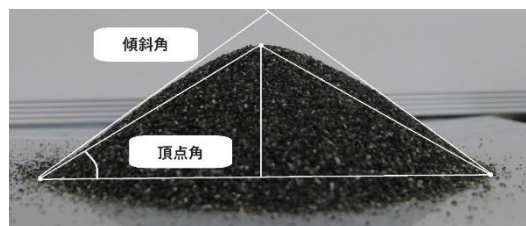


図11 測定方法の名称と位置

辺の両端と砂山のふちを取った測り方を傾斜角と呼ぶ(図11)。

7. 予備実験

(1) 目的

- ア 砂の質量や粒径の違いで安息角は変わるのか
- イ 頂点角と傾斜角のそれぞれの値の傾向を見る

(2) 安息角の測定方法

四方向計測法を用いて測定する。四方向計測法とは砂山を囲むように 90° ずつカメラを回転させ写真を四方向から撮りその写真を使って角度を求める方法である。写真上に線を引き頂点角と傾

斜角を測定する。

(3) 使用した砂

使用した砂は大浜海岸の砂を採用した。ブルーシートの上でよく乾燥させた上でメッシュを使用し、粒径ごと分別した。粒径は使用したメッシュの径で $250\ \mu\text{m}$ ~ $425\ \mu\text{m}$ 、 $425\ \mu\text{m}$ ~ $850\ \mu\text{m}$ 、 $850\ \mu\text{m}$ ~ $1\ \text{mm}$ の3種類になる。以降、粒径はそれぞれ $250\ \mu\text{m}$ 、 $425\ \mu\text{m}$ 、 $850\ \mu\text{m}$ とメッシュ径で呼ぶこととする。砂山を作る砂の質量は $200\ \text{g}$ と $300\ \text{g}$ の2種類で行った(図12)。

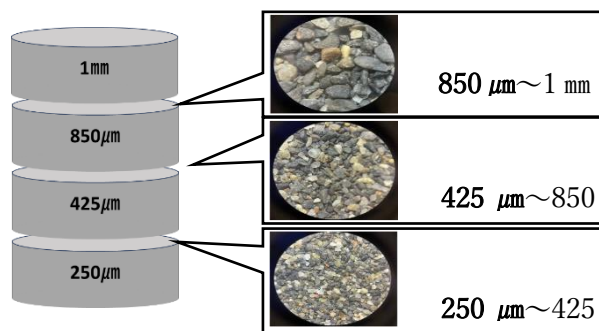


図12 使用した砂

(4) 結果

図13に頂点角。図14に傾斜角。縦軸は角度で箱の中にあるバツ印は平均値である。箱の中にある横軸は中央値である。粒子サイズはそれぞれ色で分けた。また右の3つが $200\ \text{g}$ の値で左の3つが $300\ \text{g}$ の値である。

粒子サイズを変えても、質量を変えてもそれぞれの角度に大きな変化は見られない。一方で、頂点角と傾斜角では約 3° の差があり傾斜角のほうが頂点角よりも大きくなった。図15から砂山の様子は、 $250\ \mu\text{m}$ 、 $425\ \mu\text{m}$ は頂点部が比較的尖っており、円錐状に近い形をしているが、 $850\ \mu\text{m}$ の頂点部は尖っておらずお茶碗状であった。頂点の形はどの粒形もバラバラであり、粒子サイズが大きくなるほど頂点は丸まっていた。

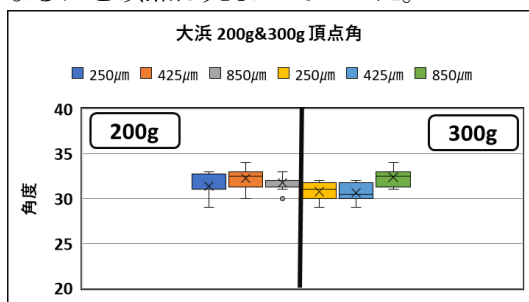


図13 200g 300gの頂点角

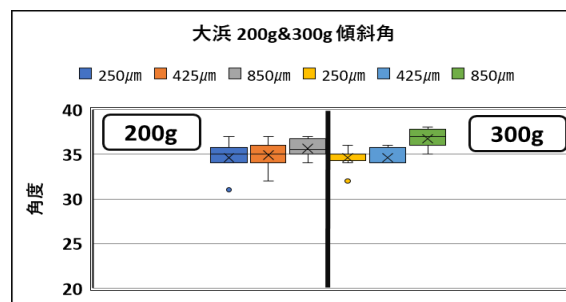


図14 200g 300gの傾斜角

	250μm	425μm	850μm
形	円錐状	円錐状	お茶碗状
頂点の形			

図15 砂山の形

(5) 予備実験から生じた疑問

以上の結果から以下に示す3つの疑問が生まれた。

- ① 頂点は尖らず必ず丸くなってしまふ(図15)ことから頂点の尖ったきれいな砂山(図16)はできないのだろうか。



図16 疑問①の模式図



図17 疑問②の模式図

② 頂点が尖った砂山ができたとき傾斜角と頂点角は同じになるのだろうか(図 17)。

③ 頂点が尖らない時が多かったため頂点が丸くなる時の条件と尖るときでの条件は何が違うのか(図 18)。



図 18 疑問③の模式図

(6) 仮説

ア 頂点の尖った砂山はできるだろうが、頂点は小さな衝撃で崩れやすいのではないか。また粒径が大きいほうがより崩れやすいのではないか。

イ 頂点が崩れやすいのならば頂点を使った頂点角は安息角にふさわしくないのではないか。

(7) 実験構想

ア 砂山を作り、上から砂をかけて尖るかを確認する。

イ 尖った砂山に振動を加えて崩れる形の変化を見る。

8 実験 1

(1) 実験操作

操作 1 図 19 の装置を用いて砂山をつくる

操作 2 葉さじの小さいさじを用いて砂山の頂点に砂を 10 積、積もらせる

操作 3 操作 2 の砂山に同様の方法でさらに 10 積を積もらせ (20 積)

操作 4 操作 3 の砂山に同様の方法でさらに 10 積を積もらせ (30 積)

操作 5 操作 4 の砂山の台箱を手で 5 回叩き振動を加える (5 振)

操作 6 操作 5 の砂山にさらに 5 回台箱に振動を与え (10 振)

操作 7 操作 6 の砂山に同様の方法で 5 回振動を与え (15 振)

(2) 測定方法

予備実験と同様に、頂点角と傾斜角を、四方向計測法を用いて測定した。また、今回は高さも直径も比を利用して求める。

求め方は角度を測定するために撮った正面の写真(図 20)と頂点角と傾斜角の写真とは別に砂山を真上から撮った写真(図 21)を用いた。正面の写真からは直径を砂山の底辺の両端を結んだ直線を定規で測定する。高さは頂点から砂山の底辺まで定規で測定したものを用いる。

真上から撮った写真においては、スケールを用いて実際の直径を算出した。これらの値を用いて実際の直径と高さを測定した。

(3) 角度の結果と考察

ア 粒径 850 μm

頂点角 (図 22) は標準~30 積の間で角度が増加しており、5 振~15 振の間では角度は減少している。一方傾斜角 (図 23) は操作に対する角度の変化が一貫しており、値の変動が小さく、グラフでは一直線上になっている。最後の 15 振だけ値は小さくなっているように見えるがバラツキがあるので同じようにもみえる。

イ 粒径 250 μm

頂点角 (図 24) は標準~30 積の間の角度の変化がなく、5 振~15 振の間は角度が減少している。一方、傾斜角(図 25)は操作に対する角度の変化が小さく、グラフでは一直線上になっている。最後の 15 振のみ、値が小さくなったがバラツキが大きい。

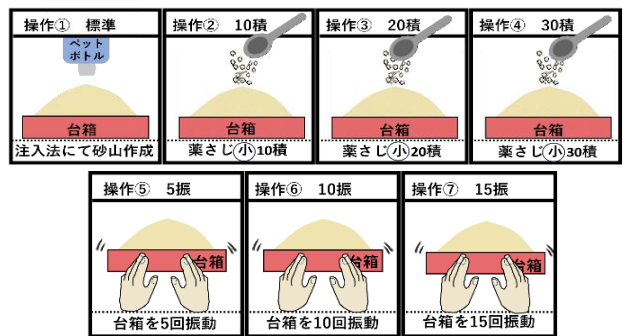


図 19 実験操作

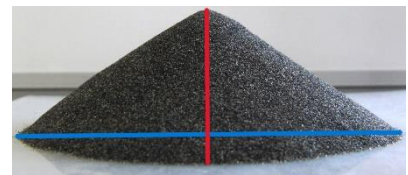


図 20 高さも直径

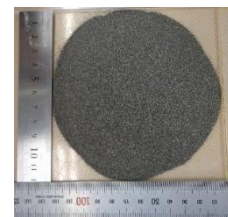


図 21 砂山の真上から

ウ 考察

頂点角は操作に対する角度の変化が大きかった。また、粒子サイズによる値の変動が大きかった。以上のことから、頂点角は積み上げたり、振動させたりするなどの外部からの影響を受けやすいとわかる。

一方傾斜角は、操作に関する角度の変化が小さく、粒子サイズに値の変動が小さかった。このことから傾斜角は外部からの影響を受けにくいとわかる。

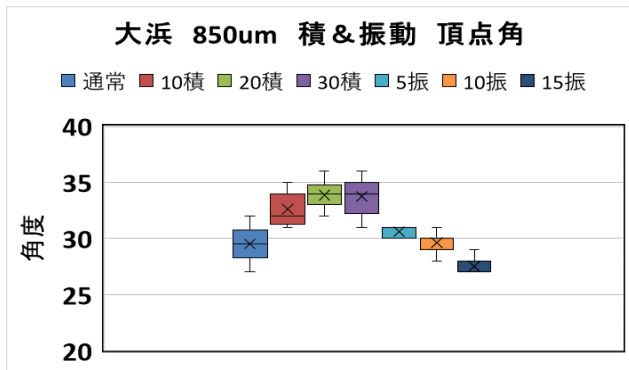


図 22 200g 850 µm 頂点角

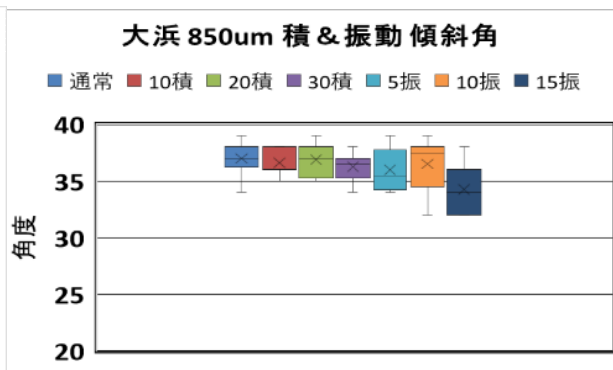


図 23 200g 850 µm 傾斜角

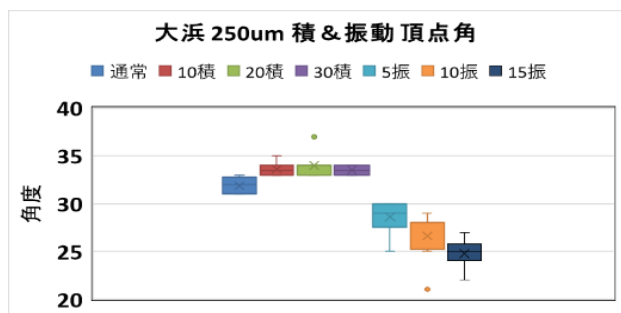


図 24 200g 250 µm 頂点角

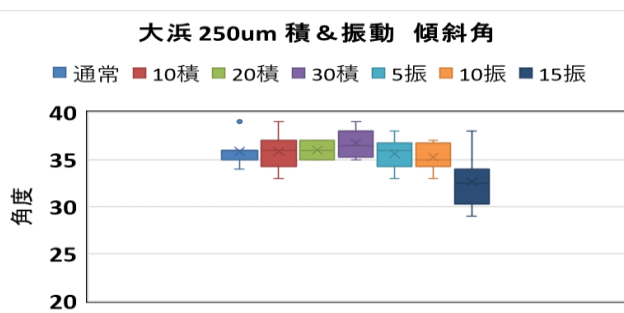


図 25 200g 250 µm 傾斜角

(4) 高さ と 直径 の 結果 と 考 察

ア 結果

850 µmの高さの結果を図 26 に直径の結果を図 27 に、250 µmの高さの結果を図 28 に直径の結果を図 29 に示す。たて軸は高さを示し横軸は操作の時系列である。

850 µm、250 µmの高さの様子は、積み上げた際に高さは大きくなり、振動させると低くなっていった(図 26)(図 28)。850 µmの直径に注目すると、積み上げた際、直径が増加していた。振動させると、直径に変化はなかった(図 26)。

250 µmの直径は積み上げた際に変化は見られず、最初の振動にて直径が増加していた(図 29)。

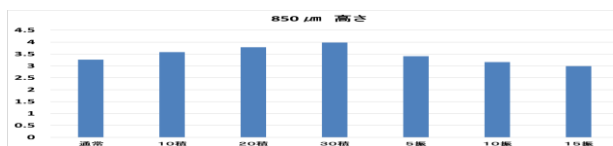


図 26 850 µm 砂山の高さ

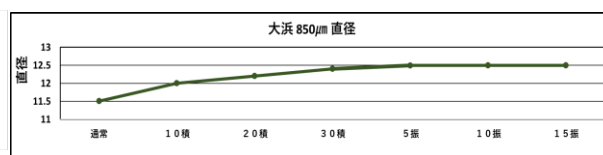


図 27 850 µm 砂山の直径

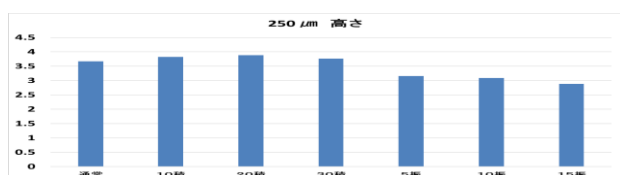


図 28 250 µm 砂山の高さ

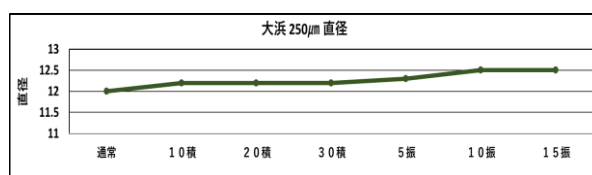


図 29 250 µm 砂山の直径

イ 考察

どちらも値だけを見ると振動させた時のみ砂山は崩れ落ちているように見える。しかし実際は異なり、結果から 850 μm は積み上げる間にも崩れ直径は大きくなっているとわかる。

また、250 μm は積み上げている間は崩れず、振動を与えると崩れるということがわかった。

9 全体考察

(1) 粒形の違い

粒形が大きいと、積んでいる先から崩れていくため頂点部が丸みを帯びやすい、そのため 850 μm は頂点部は比較的丸まっており、お茶碗状になっている。粒形が小さいと、頂点部は尖りやすく、振動を加えると一気に崩れやすかった。そのため、粒形の違いによって直径の変化や砂山の様子が異なった。

一方、粒形のサイズが異なっても、直径は一定の値で増加しないということも分かった。

(2) 砂山の崩れ方

ア 予想

砂山に振動を与えると赤色の頂点部が崩れ、側面部に蓄積。直径が大きくなる。そのまま振動を与え続けると砂山の直径がより大きくなると考えていた(図 30)。

イ 実際結果から推量される形状劣化

不安定な頂点を基準として測定している頂点角は、高さの変動によって角度も変わってしまう。砂山のふちは新たな安息角に再構築するという特徴があり、安定している。そのため砂山のふちを基準とする傾斜角の値の変動は小さく一定となった(図 31)。

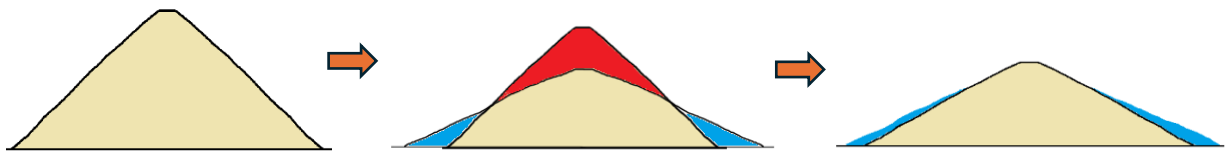


図 30 砂山の崩れ方の模式図 想像

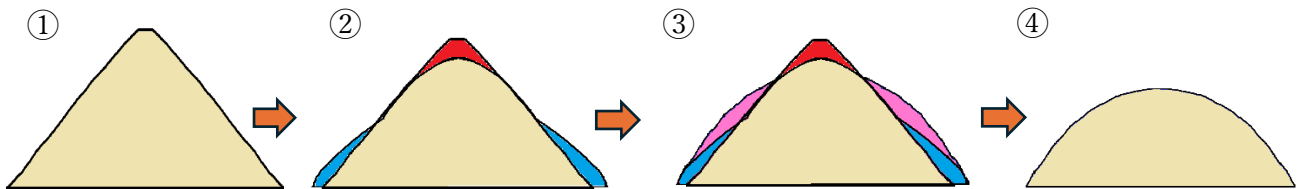


図 31 砂山の崩れ方の模式図 実際

(3) 傾斜角の安定について

不安定な頂点を基準として測定している頂点角は、高さの変動によって角度も変わってしまう。砂山のふちは新たな安息角に再構築するという特徴があり、安定している。そのため砂山のふちを基準とする傾斜角の値の変動は小さく一定となった(図 32)。



図 32 傾斜角の安定について

(4) くびれについて

様々な装置を作る過程で生まれる、砂山の不自然なくびれは、外部からの影響によるものだと考えていた。しかし、砂山の崩れ方について考察していく中で、くびれ時は、砂山が崩れていく過程で自然に生まれてくるものだとわかった(図 33)。

図 34 のように、砂山が側面沿って崩れていく中で、不安定な頂点部と、新たな安息角に再構築するため安定を保っている、側面との境目付近にくびれが目立つことがわかった。また、このくびれは、砂山を振動させていく過程で、頂点部がぐずれることでなくなり、お茶碗状になることがわかる。



図 33 クビれた砂山

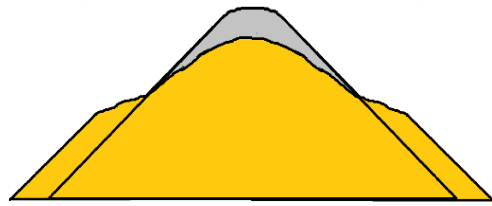


図 34 クビれた砂山の模式図

(5) 実際の山に関する文献について

安息角は実際の火山の生成過程を探る研究によく登場する。加藤 他(1996) より、富士山吉田大沢の傾斜は 31° , 27° , $24^\circ \sim 20^\circ$, 16° 以下の斜面の 4 つに区分することができ、 31° は安息角であるとする先行研究から傾斜が 27° でできる原因を探求している。その中で山頂から一定の距離における標高を求めてグラフ化し角度を求めていた。また 27° の傾斜はスコリア層上の溶岩片の数が多くなりサイズも大きくなるためだと報告している。

荒牧 他(2014) では鹿児島県の新燃岳を調査し安息角について記載している。火山灰質土と砂の安息角を測定し水中の体積の傾向を考えている。この中で実際の傾斜を土塊の傾斜を測定して求めていた。

野口 他(2015) は、伊豆の大室山の火山地形を考え測量の方法として K-GPS を用いた、簡易測量の提唱を目的に研究を行っている。火山体の傾斜解析を行っていたが火砕丘の斜面傾斜を測定する際に詳細な解析・議論がされていないため傾斜精度の基準が必要になる。それらを解析するために安息角が用いられる。また火砕丘の形状は火口から弾道放出された火砕物が降り積もることによって形成される。この外形を構成しているのは安息角である。安息角の変化によって構成物の形状・特性の変化、さらには噴火スタイルの変遷を読み解くことができると期待されている。

以上のように実際の火山では我々の傾斜角のような測り方をしている。火山以外の小規模な調査でも傾斜角が使われるべきではないかと考えた。

10 結論

頂点部の崩れた砂が側面にて新たな安息角に再構築するため、傾斜角は一貫して安定している。このことから傾斜角こそ定義にある「安定を保ちうる最も急な角度であり安息角」にあたるのではないかと考えた。

11 参考文献

- (1) 松倉公憲・恩田祐一 安息角：定義と測定法にまつわる諸問題, 筑波大学水理実験センター報告 (1989) No. 13, 27-35
- (2) 田中聖人、中田幸男、梶山慎太郎 粗粒土の安息角および間隙比に与える礫分含有率の影響公益社団法人地盤工学会中国支部論文報告集 (2019) Vol. 37, No. 1, 29-36
- (3) 大坪建 粉粒体の集合特性の役割—安息角に関する実験法則について—vol.2 No. 1(1965), 15-18
- (4) 安息角 アルファー株式会社
- (5) 荒牧憲隆、山本健太郎、平瑞樹、林泰弘、根上武仁 新燃岳・火山灰質土の地盤材料特性および有効利用に関する検討(2014)地盤工学ジャーナル vol. 9, No. 3, 309-322
- (6) 加藤裕章、池田宏 富士山吉田大沢における傾斜角 27° の斜面の成因(1996)筑波大学水理実験センター報告 No. 21 41-50
- (7) 守口海、岡本憲男、今泉文寿、逢坂興宏、土屋智 富士山大沢崩れにおける土石流発生流下状況(2018)中森研 No. 66 133-134