

ペットボトルフリップの運動解析

静岡県立科学技術高等学校

自然科学部 2 年 辻村悠翔 稲森正 加藤大輔 中矢翔太

1. 研究動機

ペットボトルフリップを友人が行っているのを見た。ペットボトルフリップとは図 1 のように水の入ったペットボトルを回し投げて、真っ直ぐ着地させる遊びである。我々は、友人が何度も何度も失敗する様子を見て、適した水量ならば、成功しやすくなるのではないかと考え、研究を始めた。



図 1 ペットボトルフリップの様子

2. ペットボトルフリップについて

(1) ペットボトルフリップの歴史

ペットボトルフリップの起源は 2016 年に、ノースカロライナ州シャーロットのアードリーケル高校の素人演技大会で、高校生のマイケル・セナトーレさんが、自分の出番で、水の入ったペットボトルを 1 回転させてテーブルに着地させたことにある。それを撮影した動画が YouTube で 600 万回以上再生され流行となった。

(2) ペットボトルフリップの動き

ペットボトルのキャップ部を持ち、上に振り上げながらボトルに回転を加える。手を離れた後、ボトルは回転しながら上昇、さらに下降し、直立した状態で着地する。我々は、倒れずに着地し、ピタッと止まったものを成功とした。又、一般的にはボトルの 4 分の 1 から 3 分の 1 の水量が成功しやすいと言われている。

(3) 先行研究

仙台第三高等学校(2022) 自作機では 75~100 ml において同じ成功率の 60% であり、又、人の手では 100~150 ml の成功率が高かった。P. J. Dekker et al. (2017) では、充填率に対する慣性モーメントの比が低く、重心が低い条件を満たす、充填率 20~40% が成功しやすいと考えた。谷 (2017) は着地時に止めるには回転中に水が上下に分かれる程度に水は多い方がいいと考察し、400 ml の時が一番多く成功すると報告した。

3. 予備実験

(1) 目的

各先行研究の結果を検証するため、自分達の手で行った時の成功しやすい水量を求める。

(2) 実験方法

コカ・コーラ 500 ml のペットボトルを使用し、研究メンバー 4 人で水量を 50 ml ずつ増加させながら、各 10 回ペットボトルフリップを行う。

(3) 結果と考察

縦軸に 4 人の成功回数の和、横軸にボトル内の水量をとりグラフにまとめた(図 2)。250 ml

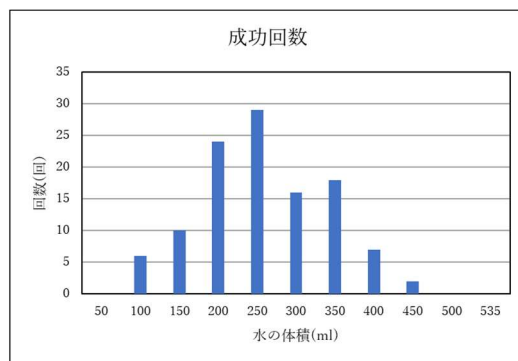


図 2 成功回数のグラフ

が最も成功した回数が多くなった。

4. 先行研究・予備実験のまとめ

各先行研究と予備実験の結果を比較すると、図3のように全て異なる結果となった。この結果から、適した水量は75～400 mlの範囲で個人差があることがわかった。果たしてフリップに最適な水量というものはあるだろうか。逆にどんな水量でも成功させられる物理的条件があるのではないかと考えた。



図3 先行研究と予備実験の結果の比較

5. 目的

ペットボトルフリップの運動を解析し、フリップが成功する力学的な条件を求める。

6. 実験1:着地の角度

(1) 目的

ペットボトルフリップの成功には着地した時直立する事が必須条件と考え着地時のボトルの角度を測定する。

(2) 実験方法

ペットボトルフリップの動画を撮影し、成功・失敗に分けて着地時の画像を静止画として切り取る。ボトルの中心軸に線を書き、着地面に立てた垂直線に対する角度を測定する。回転方向に回り足りない時をマイナス、回りすぎている時をプラスとする(図4)。

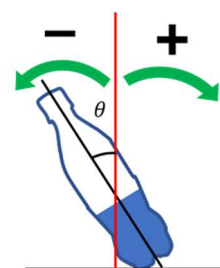


図4 着地角度測定方法

(3) 結果と考察

縦軸に回数、横軸に角度をとったヒストグラムを作成した。図5に成功時の結果を示す。図5より成功時は±12°の範囲に収まっており、特に0から-6°の範囲で成功回数が多いことがわかる。また失敗時の結果からは、成功が多かった0から-6°の範囲内でも失敗することがあるということがわかった。なぜ同じ値でも成功と失敗が起こるのか不思議に思い動画を見直すと、失敗したときは跳ねて倒れることが多かった。

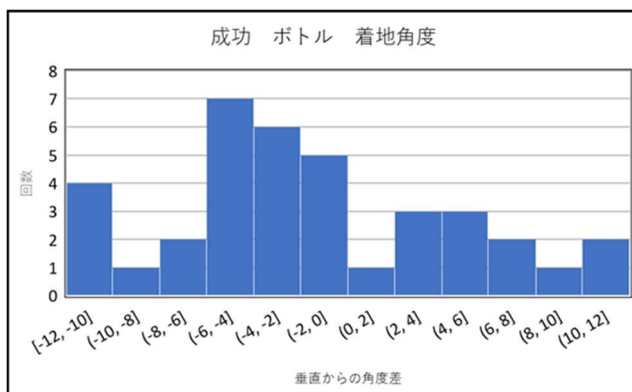


図5 成功時の着地角度分布

7. 実験2 ペットボトル中の水量と反発係数の関係

(1) 目的

着地時にボトル下部にある水の量による跳ね返り方の違いを見るために調べる。

(2) 実験方法

水の入ったペットボトルを10cmの高さから落とし、跳ね上がった最大の高さを計測する。反発係数は式①より算出する。実験の様子を動画で撮影し映像から跳ね上がった高さを求めた。落とす高さを10cmと低い高さに設定したのは、高いと跳ね上がり、斜めに跳んでしまうことが多いためである。

$$e = \sqrt{\frac{h'}{h}} \quad \dots \text{式①}$$

h :面からのボトルの底までの高さ[m]

h' :跳ね上がったボトルの高さ[m]

e :反発係数

(3) 結果と考察

結果を図 6 に示す。縦軸は反発係数で横軸はペットボトル内の水量である。図 6 より、空の状態から水が入ると反発係数は減少し 50 ml で最低値 0.36 を示した後に上昇し 150 ml 以降は値が 0.6 から 0.7 付近におさまっていたが、400 ml の時だけ値は下降した。何度か実験を行ったが結果は同じであった。この現象について考察は出来ていない。

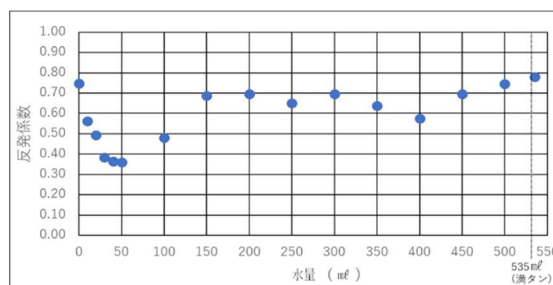


図 6 内部水量と反発係数

仙台第三高校(2022)でも反発係数を調べている

が、おおよそ同じような結果が示されていることから水量による反発係数の変化は妥当と考えられる。

8. 実験3:運動解析

(1) 目的

運動中のボトルの位置を座標化し、ボトルの運動解析をする。

(2) 軌道座標の求め方

ペットボトルフリップを成功させた動画から動画編集ソフトを用いて 0.033 秒ごとの画像を切り出し、画像の中のボトルのキャップに赤、底に青の点を示し、2 点を結ぶ線を緑で引く。作成した画像を重ね合わせて軌道図を作成して印刷する。軌道図に方眼トレーシングペーパーを重ね原点を決めた上で、各点の座標を決定する。座標を読み取り表計算ソフト上(Excel)に入力する。データは 4 つの動画について解析を行った。各点の x 、 y 座標からさらに中点を求め、改めて軌道図を作成する。

(3) 速度の算出

画像処理上における単位時間における各点(キャップ部、中点、底)の x 軸上での変化量を Δx 、 y 軸上での変化量を Δy とし直線での距離を求め、単位時間(0.033s)で割り速度の大きさを算出する。また、変化の方向も角度として算出する。さらに回転における角速度についても座標を使って算出する。

(4) 結果

① 軌跡図について

計測した座標を基に軌跡図を作成した。全部で四つの動画を解析したがそのうちのひとつをキャップ、中点、底に分け図にしたものを図 7 に、3 点を結んだものを図 8 に載せた。各点について見ていくと、キャップでは、はじめに手で引き上げられ、その後上開きの放物線のような弧を描いて上昇し、最高点からはそれ以上先へは移動せずに落下しているように見える。底部では、振り始めてから頂点に達するまで大きな弧を描き、少し水平方向に移動しながら落下しているように見える。注目すべきはボトルの中点である。放物線を描くように上昇した後、ほぼ垂直に落下しているように見える。このことからボトルの中点が空中での回転中心ではないかと考えられる。

② 回転における速度と水の状態について

相対速度ベクトルとボトル内の水の状態を重ね合わせてみると、図 9 のようになった。ベクトルに注目すると振り始めてから手を放すまでの約 1/4 回転の間(図中 1~4)、回転中心はキャップと考えられるため相対速度ベクトルは底部のみ示される。手によって力を加えられてい

るため、図中 1～4 にかけて速度が大きくなっているのがわかる。その後回転中心はボトル中心に変わりキャップと底部に相対速度ベクトルが表されている。頂点に達するまでの間(図中 5～8)にベクトルは小さくなり、頂点に達した後はほぼ一定の大きさのベクトルになっている(図中 9～11)。内部の水は投げだすまでの間(図中 1～4)、底部に張り付いている。その後重力によってキャップ側に移動し始め(図中 5, 6)、ボトルが最高点に達したあたりから水は遠心力で両端に分かれた状態を保ちながら落下していき、着地時にぶつかって混ざっている(図中 11)。投げ出すまでは回転方向への加速があるため遠心力によって水は底部に張り付き、投げ出された後は重力と内部の水の慣性によって水は両端に分かれ始めるため、回転方向の速度は水の移動に伴って減少すると考えられる。また、最高点に達した後はボトルの回転によって生じる遠心力で水は両端に張り付き着地と同時に水は上から下へとかぶさるようにして衝突する。

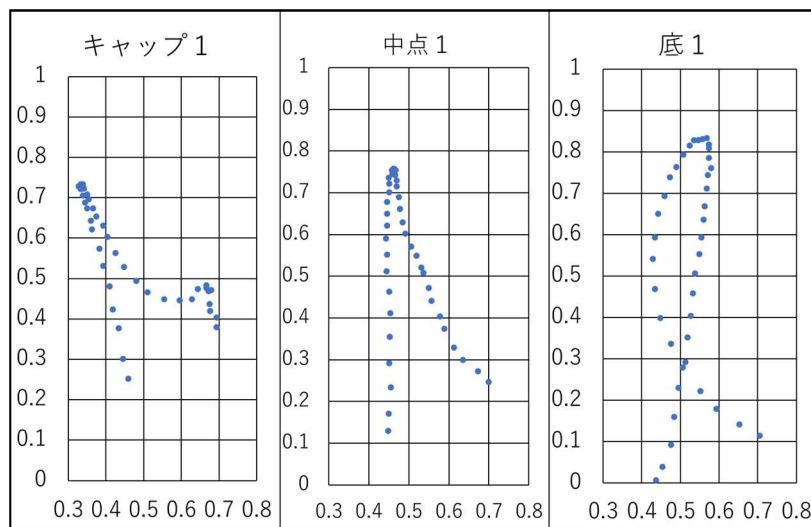


図 7 三点それぞれの軌道図

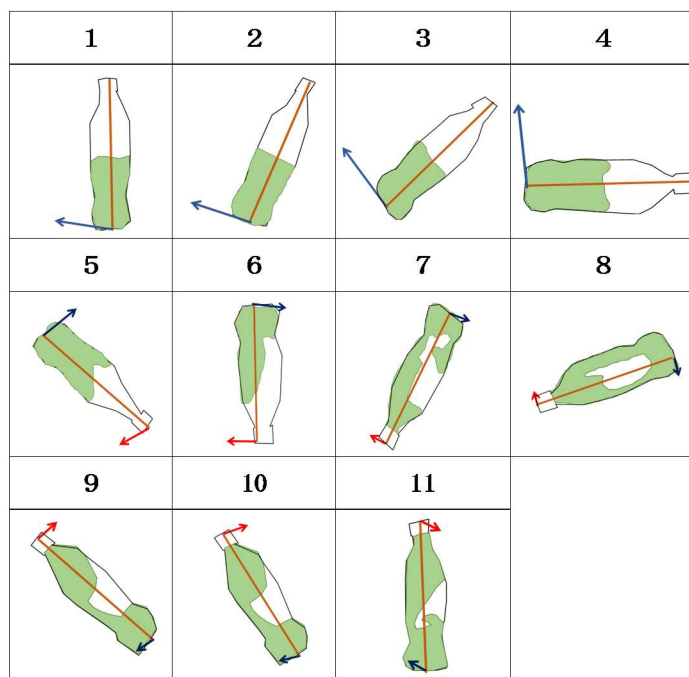


図 9 時間ごとの重ねたボトル図

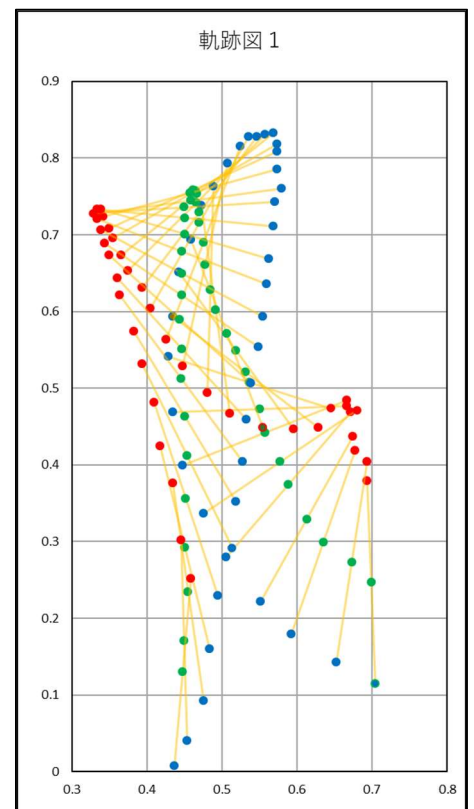


図 8 全体軌跡図

③ 角速度について

縦軸に角速度、横軸に時間を取り、ボトルを振り始めた時からの角速度の変化を図 10 に示す。振り始めてから値が上昇し、投げだした地点（図中ダイヤの点）で最高値を示してから、ボトル中点が頂点に達する地点（図中破線）に向かって値が減少し、その後一定の範囲で推移していることがわかる。

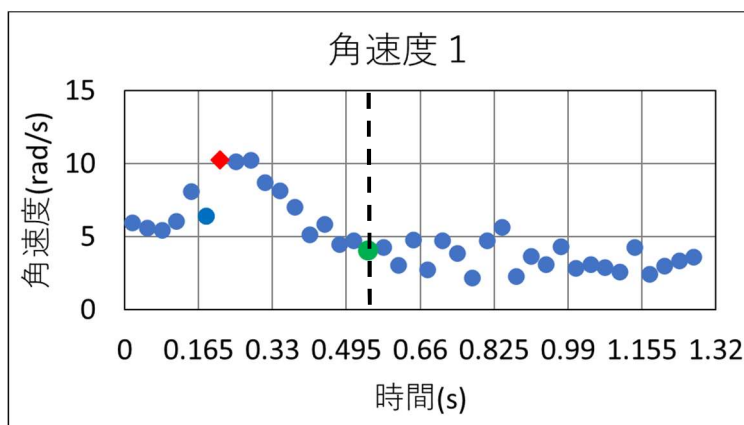


図 10 角速度グラフ

9. 全体考察

以上の実験から、ペットボトルフリップが成功するためには着地時の姿勢が真っすぐであることと着地時に跳ねないことの二つの条件を満たす必要があると考えた。

(1) ボトルが着地時に真っ直ぐに立つことに関わる条件

ボトルが着地時に真っ直ぐに立つということを運動解析の観点から見た。運動解析からは、ボトルの中点が最高点に達した時、ボトルはほぼ横倒しの状態になっていることがわかった。そこから着地するまでに $1/4$ 回転をしないと真っ直ぐには立たない。模式図で図 11 に示す。また角速度の変化を見るとボトルの中点が最高点に達した時以降は、バラつきながらもほぼ一定の値であることがわかった。

よって落差が決まれば垂直落下の速度式から落下時間が決まるため遡って、角速度の公式からボトルが最高点に達する時の角速度が求まると考えられる。

落差 h より
$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{式⑤}$$

落下に要する時間 t は
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{式⑥}$$

時間 t で
$$\frac{\pi}{2}[\text{rad}] (= 90^\circ) \quad \text{式⑦} \quad \text{の回転より}$$

角速度 ω は
$$\omega = \frac{\frac{\pi}{2}}{t} = \frac{\pi}{2t} \quad \text{式⑧} \quad \text{となる。}$$

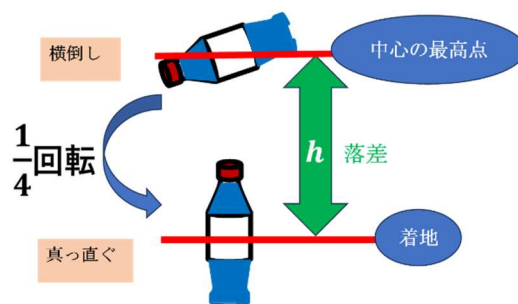


図 11 模式図

ここでもう一度角速度のグラフを見る(図 12)。図中の縦線 A はボトルから手が離れた瞬間であり、角速度の最高値である。縦線 B は中点が最高点に達した点であり、ここから角速度の値が一定になり始める。縦線 A から B すなわち、手から離れたところからボトルが横倒しの状態になるまでに角速度は最高値からある一定の値まで減衰する。よってその減衰量が決めれば手を離す時の角速度、更には初速度まで遡って決まるのではないかと考えた。

しかしながら、ボトルの様子を見ると、水がボトル内を移動することがボトル全体を動きにくくしており、そのために角速度は減衰すると考えられる。よって、角速度の減衰量は水量によって変化するのではないかと考えられる。一方で、その減衰量が水量によって決まっているのだとすると、水量ごとの減衰量が予測できれば、どんな水量でもフリップを成功させるための初速度が決まると考えることもできる。

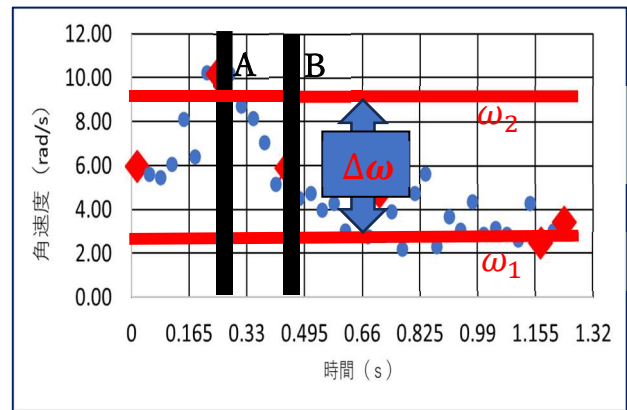


図 12 角速度の推移

(2) 着地時に跳ねないことに関わる条件

着地時に跳ねないことを満たす条件を考えるために着地時の様子を見た。すると最高点付近で水がボトルのキャップ部と底の部分に分かれ、着地直前にキャップ部の水が底の部分へと落下し、ペットボトルの速度を打ち消しているように見えた。これは、上部と下部の水の衝突で考えられるのではないかと考え、運動量保存則を用いて考察を行う。

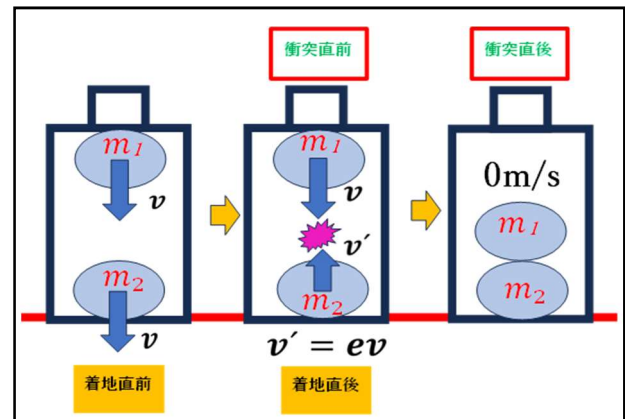


図 13 考え方の概略

図 13 に考え方の概略を模式図にして示した。キャップ部、底の部分の質量をそれぞれ m_1 、 m_2 とする。 m_2 はペットボトルと下部の水が一体になっているものと考え、ボトルの質量を含める。ボトルが横倒しの状態から落下して着地面に及ぶため、両方の着地直前の速度は同じになると考えて速度 v とした。着地直前に底の質量 m_2 がキャップ部の質量 m_1 より先に床に衝突して反発係数 e で跳ね上がると考える。下部質量 m_2 は床との衝突で速さが速度 v' に減少する。速度 v' で跳ね上がる m_2 と速度 v で落下してきた m_1 が衝突し、その後一体となり速度がゼロになったと考えると、以下のような式が成り立つ。ただし、上向きを正方向とする。運動量保存則より $m_2 v' - m_1 v = 0$ が立式され式変形をすると、 $m_1 : m_2 = e : 1$ が導かれる。故に質量比が $m_1 : m_2 = e : 1$ となる時にボトルは跳ね上がらないことになる。

実際にどうだったかを調べるために運動解析から求まったボトル図からキャップ部の質量と底の部分の質量をそれぞれ推量するために以下の手順を踏んだ (図 14)。水の状態図から水の入っているラインを決め、そこまでボトルに水を入れる。入れた水量をメスシリンダーで測定する。底の水量にボトルの質量 (26g) を加えてキャップ部と底の部分の質量比を出すと比率は 0.67 になった。図 14 以外の 3 つの結果も含めて表 1 を見ると 0.5~0.7 の間に分布している。この値を実験 2 で求まった反発係数値のグラフから得られる底の部分の水量と同じ水量の時の反発係数と比べると、その値に近いもしくは小さい値になっている。水は流動するため運動量のモデル式よりもキャップ部の質量が小さな量でも、速度を消せる可能性も考えられる。

実際にどうだったかを調べるために運動解析から求まったボトル図からキャップ部の質量と底の部分の質量をそれぞれ推量するために以下の手順を踏んだ (図 14)。水の状態図から水の入っているラインを決め、そこまでボトルに水を入れる。入れた水量をメスシリンダーで測定する。底の水量にボトルの質量 (26g) を加えてキャップ部と底の部分の質量比を出すと比率は 0.67 になった。図 14 以外の 3 つの結果も含めて表 1 を見ると 0.5~0.7 の間に分布している。この値を実験 2 で求まった反発係数値のグラフから得られる底の部分の水量と同じ水量の時の反発係数と比べると、その値に近いもしくは小さい値になっている。水は流動するため運動量のモデル式よりもキャップ部の質量が小さな量でも、速度を消せる可能性も考えられる。

なお、計測した上下の水量の和が、水量 250 ml を超えるのは実際の水量が図からでは正確に読み取れないからである。実際のボトル内では水は壁を伝っていたり、内部でへこんでいたりする

が、写真からはボトル表面しか読み取れないため、多めに出てしまうと考えられる。しかし、およその水量比として、現段階ではこの方法からしか水量を求められない。

以上の考察をまとめると、水量に合わせた高さで角速度の条件がそろった状態で内部水量の上下比が $e:1$ 程度であれば高い確率で成功すると考えられる。

表 1 ボトル内の水量比と各データの反発係数値

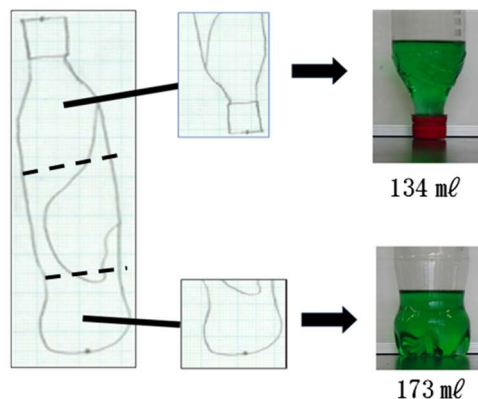


図 14 水量比の解析

	上部質量(g)	下部質量(g)		上下質量比	下部水量時の反発係数
	上部水量(ml)	下部水量(ml)	ボトル質量(g)	$\frac{\text{上部}}{\text{下部}}$	e
A	134	173	26	0.67	0.70
B	88	135	26	0.55	0.65
C	103	173	26	0.52	0.70
D	130	176	26	0.64	0.70

10. 結論と今後の課題

私たちは、どんな水量でもペットボトルフリップを成功させられる運動条件があるのではないかと考え、研究を進めてきた。研究の結果として、ペットボトルフリップを行う際に投げ上げる最高点の高さを決めた上で、水量による角速度の減衰量が決まれば、投げ出す際の初速度の条件が決まるのではないかと考えられた。この条件と着地時の上下の水量比が $e:1$ の割合程度になる条件を満たせばどんな水量でもフリップを成功することが出来るのではないかと結論づけた。

現段階では 250 ml の水量でのデータしかとっていないため、角速度がどのように減衰するのか、水量はどのような条件で上下に別れるのかがわからない。そこで、今後は水量を変えて実験を行い、角速度の減衰量や着地時の上下の水量比がどうなるのかを調べていきたい。

11. 参考文献

- (1) 宮城県仙台第三高等学校(2022)「ペットボトルフリップ成功率向上のための条件の検討」
<https://sensen.myswan.ed.jp/cabinets/c>
- (2) P.J.Dekker et al.(2018)「Water Bottle Flipping Physics」
[http://arxiv.org/abs/1712.08271\(2017.12\)](http://arxiv.org/abs/1712.08271(2017.12))
- (3) 谷直柔(2017)「ボトルフリップ～指令！水の動きを追跡せよ～（2017 流行大賞?!）」
[http://www.city.hekinan.lg.jp/material/files/group/47/54696205.pdf\(2017\)](http://www.city.hekinan.lg.jp/material/files/group/47/54696205.pdf(2017))
- (4) 高等学校 物理 新興出版社啓林館