

振り子の研究

袋井市立袋井中学校

2年 窪田花衣

1 研究の動機

私は世界の偉人伝を読みながら、分数で表せない平方根という数が存在することを知りました。ピタゴラスという人が見つけた平方根は長さでしたが、平方根 $\sqrt{\quad}$ が使われている様々な公式を調べるうちに、単振り子の運動方程式を発見しました。そして、振り子の周期が振り子の長さを定数（重力加速度）で割ったものの平方根に比例することに驚きました。周期は時間です。その時間が円周率と長さの平方根、そして加速度の平方根の3つだけで決まる事が面白いと思いました。時間＝道のり÷速さの式に似ていると思ったからです。さらに、小学校で習った振り子の周期は重りの重さでなく、重りについて紐の長さだけで決まることについて、本当に紐の長さだけで周期が決まり、重りの重さはないのかどうか気がなっていました。それに加えて、紐の長さというのは重りがひもについている付け根までの事を指すのか、それとも重りの重心までなのか物理の参考書ごとに表記が違ったので、どちらが本当なのかを調べてみたいと思いました。また、実験をするときに、だれが見ても一目で単振り子の運動方程式に興味をもって理解できるよう、見ただけで動きに魅了されるペンデュラムウェーブ装置を作成してみようと考えました。

2 研究の目的

- (1) 振り子の周期は本当に紐の長さだけで決まるのかどうかを調べる。
- (2) 「紐の長さ」とは重りについての付け根までのことか、それとも重りの重心までのことなのかを調べる。
- (3) 振り子を揺らすために長い板で押す以外の方法がないか工夫する。
- (4) 振り子の揺れる角度を大きくしたときに周期がどう変わるかを調べる。

3 研究の方法

- (1) ハンガーラック、金属パイプ、ワイヤー、違う大きさの球12個ずつ（直径4cmの卓球のピンポン球と直径6cmのカラーボール）、油粘土を用意する。
- (2) 金属パイプに穴をあけてハンガーラックと組み合わせ、ワイヤーを通し、その先端に粘土を入れたボールをつけて振り子の実験装置を作る。
- (3) 周期が少しずつずれるように、ワイヤーの長さを計算し、長さを調整する。
- (4) 長い棒を2本輪ゴムで止めたもので振り子を同時に揺らし、YouTubeにあったペンデュラムウェーブの動画と同じ動きをするかどうか調べる。
- (5) 12個すべての重りの大きさを変えたり、半分だけ大きさを変えたりして、揺れ方に違いがあるかどうかを調べる。
- (6) 振り子が揺れる時に空気抵抗があるときとないときの揺れ方の違いを調べる。
- (7) 直径4cmのピンポン球の周りに油粘土をくっつけて、重さによって揺れ方に違いが出るかどうかを調べる。
- (8) 装置を横にスライドして、慣性の法則を使って振り子を揺らしてみる。
- (9) 装置をスライドする勢いやスライドする距離、勢いを止める工夫のあるなしでどう動きが変わるかを調べる。
- (10) 振り子の上の端を、ブランコをこぐ要領でゆらし、ウェーブができるかどうかを調べる。
- (12) ワイヤーの長さが同じ2つの振り子を使って、揺れ幅が大きくなると周期が変わるかどうかを調べる

4 研究の流れ

材料を購入し、電動ドリルで金属パイプに穴をあけた。ハンガーラックと穴をあけた金属パイプ、細いパイプ2本を組み合わせて、12個の振り子を収められる長さにした。(振り子は動画では15個だったが、様々な実験を行うため12個にした。) 金属パイプに開けた穴にワイヤーを通し、両端にクランプカンというパーツをつけて金属パイプから抜け落ちないようにした。重りにするボールは、カッターで半分に切り、粘土を詰めて2つ合わせることで球体にした。

直径4cmのピンポン球の重りをつけ、物理の参考書に乗っていた振り子の周期の公式を参考にして、一定の時間の中に振り子が揺れる回数が1回ずつずれていくようにワイヤーの長さを計算し、重りの根本にあわせて長さ調整をして、装置を完成させた。

12個の振り子を同時に揺らすための板は、長い棒2本の両端を輪ゴムで止めて作った。まずは90秒後に揺れが揃うようにしてみようとした。一番長いワイヤーが90秒間に49回揺れ、一番短いワイヤーが90秒間に60回揺れるように次の計算式を考えて、ワイヤーの長さを求めた



$$\text{振り子の半径} = \{(\text{実験時間})^2 \times \text{重力加速度} \times 100\} \div \{(\text{振動回数})^2 \times (2\pi)^2\}$$

しかし、振り子1個につけるワイヤーが1本だけだと振り子が真っすぐに揺れず様々な方向に揺れて、他の振り子と絡まったりぶつかったりしてうまく実験ができなかった。そこで、重り1個につけるワイヤーを2本にすることで、振り子が真っすぐに揺れるようにした。

ワイヤーを2本にして再び長さ調整をしようとする、計算したワイヤーの長さに足りず、重りに取り付けられないものが出てきたため、周期を88秒に変えて必要な長さを短くした。

周期を88秒、ワイヤーの長さは根本に合わせて、もう一度長い棒で揺らすと、動画と同じような規則正しい動きを確認できた。

一度ピンポン球の重りをすべて外し、軽いカラーボールに付け替えようとしたが、4個ほど取り換えた時点で、球が軽すぎると元々のワイヤーのねじれのせいで長さが正確に調整できないことが分かった。そこで、同じように半分に切って油粘土を詰めた直径6cmのカラーボールを取り付けた。

周期は89秒で、ワイヤーの長さは球の中心に合わせて。

揺らしてみると、ピンポン球の時にはあまりなかった装置自体の揺れが強くなり、振り子の揺れを装置の揺れが相殺してしまって、うまく揺れなかった。装置の揺れを抑えるために、装置の片側を壁に密着させ、もう片方は手で押さえて揺らしてみると、うまく揺らすことができた。このことから、重りが重ければ重いほど揺



れた時に装置にエネルギーが加わることがわかった。

付けてあるカラーボールのうちの6個をピンポン球の重りに変えて、ワイヤーの長さを重心に合わせた時と根本に合わせた時でどう揺れ方が違うかを調べた。

周期を89秒、ワイヤーの長さを重心に合わせて長さを計算し、揺らしてみた。すると、規則正しい動きになった。揺らしてしばらく経ってから見ると、小さいピンポン球よりもカラーボールの方が大きく揺れていて、軽い重りよりも、重い重りのほうが安定して揺れることが分かった。

次に周期を87秒、ワイヤーの長さを根本に合わせて計算し、揺らしてみた。すると、規則正しく動かず、おかしな動きになった。直径の長さが違う重りを混ぜて揺らすと変な動きになったことから、「紐の長さ」とは重りの重心までの長さであることが分かった。

しかし、最初にやった実験ではピンポン球の根本に合わせた長さでやったのに、うまくいっていた。それは何故なのか考え、もしかしたら長さをピンポン球の根本に合わせた時の実際のワイヤーの長さが、別の周期の時の長さと近いのではないかと、思った。調べてみると、周期が86.8秒の時の長さととても近いことがわかり、最初の実験がうまくいったのは偶然であることがわかった。

もう一度重りをピンポン球だけにして、周期を89秒、ワイヤーの長さは重りの重心に合わせて揺らし、きれいに動くことを確認した。

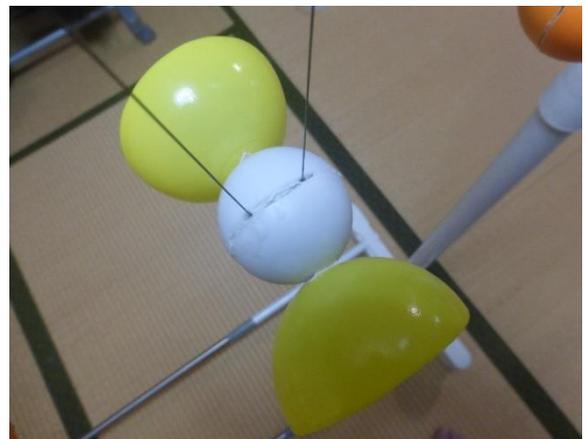
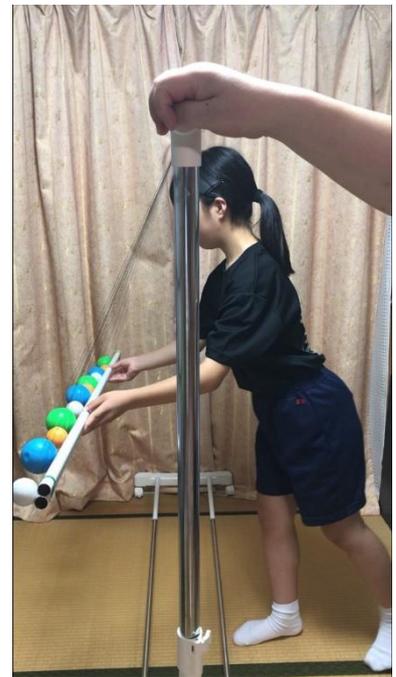
12個のピンポン球のうち6個に、余っていた黄色のカラーボールを半分にしたものを取り付けて、空気抵抗が大きくなるようにした。揺らしてみると、動き自体はおかしくないが、時間がたつにつれてだんだん揺れの幅が小さくなっていった。このことから、空気抵抗を受けると揺れが早く収まるが、動き自体は変わらないことがわかった。つまり、空気抵抗に差があっても振り子の周期はさほど変わらないことが証明できた。空気抵抗に差があるとききれいに揺れないと考えていたため、この結果は意外だった。

黄色のカラーボールを外し、ピンポン球の周りに球状に粘土をつけて、短い方から長い方へ重さが30gずつ重くなるようにした。つける粘土の量は、短い方から順に30g、60g、90g、120g、150g、180g、210g、240g、270g、300g、330g、360gにした。

ピンポン球の上に同じ厚みでつけているかどうかを確認しながら粘土を盛り付けることが難しかったので、粘土を盛り付けた後ちょうど球の中心（重心）までの距離が一つ前の実験と同じになるように再調整した。

周期は89秒、ワイヤーの長さは球の重心に合わせて揺らした。すると、遠心力と粘土の重さで、つけた粘土の量が一番多い振り子は内部でワイヤーの位置がずれ、少し周期がずれてしまった。

しかし、それ以外の振り子は正しく動いていた。粘土がずれないように、ピンポン球の中の粘土とワイヤーを木片で固定したところ、きれいに揺れるようになった。この実験結果から、振り子の重り



の重さは、周期には関係ないことがわかった。

振り子を全て同時に揺らすための棒や板がなくても振り子を揺らせるように、装置を土台ごと引っ張って動かし、慣性の法則を使って揺らせるかどうかを試してみた。装置のキャスターを動かせるようにして、2人で装置の片側をそれぞれ持って、横向きに動かしてからピタッと止めると、うまく振り子を揺らすことができた。

1人でも装置を動かせるように、金属パイプと装置の下部のパイプをコードでつなげて、ビニールテープで固定した。また、装置の移動を止めるためのストッパーとして、庭にあった大きい石を使った。

広く場所を取り、スタートさせる地点の床にビニールテープで印をつけた。さらにそこから、50 cm、1 m、3 m離れた地点にも床に印をつけた。



スタート地点から印をつけたところまで装置を動かし、動かした距離、動かしたスピード、加速が均一だったかどうか、石で装置を止めたかどうかを確認しながら、1個の印ごとに20回ずつ実験をした。

その結果、動かす距離が長いほど大きい球が止まってしまう確率が低くなり、スピードが速く加速が均一なほどうまく揺れ、石で止めなかった時よりも止めた時の方がうまく揺れることが分かった。

ストッパーがあることによって、勢いをつけすぎて印をつけた場所を大きく超えてしまう心配がなくなり、スピードはより速く、加速もより均一になったので、とてもうまくいった。

実験結果から、慣性の法則を使って振り子を動かすときは、50cm程度の少しの距離でも勢いよく動かし、勢いよく止めるとうまくいくことがわかった。

装置をほとんど動かさずに球を揺らす方法を試してみた。ブランコをこぐ要領で、球の動きに合わせて同じ向きに装置の上部（振り子がぶら下がっている棒）を3回ほど手で揺らしてみようまく振り子を揺らせたので、揺らす回数を変えて何回揺らすのが一番よく揺れるか実験した。

その結果、2～4回揺らすといい感じに振り子が揺れるということがわかった。1回だと、動きは正しいけど揺れが小さく、5回以上揺らすと、大きい球が揺れすぎたり、大きい球のワイヤーが途中でねじれたり、中くらいの球は揺れがとても小さくなってしまったりで、うまくいかなかった。

実験結果から、ブランコ方式で振り子を揺らすときは、2～4回揺らすと良いということがわかった。揺れ始めると周期の違いで揺れる方向に差が出始めるため回数を増やすとむしろ球の勢いを止めることがあることも分かった。この実験で揺らした球は他のどの実験よりも勢いがついた。特に重い球の揺れは大きく、ほんの少しの力で球を大きく揺らすことが出来ることを知った。これは、波の増幅や干渉という物理現象に関係があるのかもしれないと考えた。

最後に、装置の振り子のうちの2つを使って、等時性の破れについて調べた。長い方から数えて1番目と3番目の振り子を同じ長さにし、2番目と4番目の振り子は装置の上部に引っ掛けて実験しやすいようにした。1番目の振り子を右、3番目の振り子を左として、まず左右両方を低い位置から揺らした。次に右だけを他の実験と同じくらいの、普通の位置から揺らした。最後に右は普通の位置から、左は高い位置から揺らした。その結果、両方低い位置からだと同じ周期、低い位置と普通の位置だと普通の位置からの方がほぼ同じ周期、普通の位置と高い位置だと高い位置からの方がはっきりわかるくらい遅い周期になった。実験結果から、振り子が揺れる時の振れ幅がある程度大きくなると周期が明らかに長くなることがわかった。

5 実験の考察

重りの直径を4 cmから6 cmに増やしても、周期は変わらず、予想通り振り子の周期は重さにかかわらず一定であることを示すことに成功した。しかし、重りを重くしすぎると、揺れたときの装置全体も揺れてしまうことも分かった。重くすることで周期は変わらなくても装置の中でのワイヤーなどに伝わるエネルギーが大きく

なっていることが見てとれた。

直径4cmと6cmの重りを混ぜて揺らす実験の結果から、振り子の「紐の長さ」というのは重りの重心までの長さであることがわかった。また、重りが重い方が軽いものよりも振れ幅が小さくなるのが遅く、より安定して揺れ続けられることがわかった。

振り子の空気抵抗を増やす実験の結果から、振り子の空気抵抗の面積を2倍程度に大きくすると、揺れが収まるのが早くなることがわかった。しかし周期はそれほど変化しなかった。空気抵抗が周期に与える影響は、予想とは食い違いあまり大きくなかったと考えられる。

慣性の法則で振り子を揺らす実験の結果から、加速を均一にして装置を勢いよく動かし、勢いよく止めると力がうまく伝わるということがわかった。実験前は引っ張りさえすれば上手に揺れると考えていたが、振り子部分とそれ以外の装置全体が同時に移動し自然に止まるのを観察する方法ではまったく綺麗なウェーブが発生しなかった。引っ張ることで加わった力が、振り子の部分だけになるように振り子以外の装置をピッタリと止めなければならぬことは実験してみるまで予想していなかったことだった。

ブランコ方式で振り子を揺らす実験の結果から、2～4回装置を揺らすと、小さい球の揺れが極端に少なかったり、大きい球が揺れすぎたりすることがなく、うまく揺れることがわかった。揺らす回数が多いと振り子ごとの周期の始まりがずれることがわかった。また、揺らし方にコツがあり、振り子の揺れに合わせて揺れと同じ方向により揺れるように揺らすと綺麗に揺れることもわかった。

等時性の破れについての実験の結果から、振り子の振れ幅が大きいと単振動ではなくなり、単振り子の公式に当てはまらなくなることが証明できた。当てはまらなくなる振り子の角度を特定するためには今回作った装置では難しいこともわかった。振り子の角度を一定に保つためには、振り子に加わった力がなるべく失われないようにする装置の工夫が必要だと考えた。

6 研究の感想

今回この実験をしてみて、理科は教科書や参考書に書いてあることをただ覚えるだけの教科ではなく、色々な実験や観察をしてみて新たな発見をし、そこから自分の知識を活用してさらに出てきた疑問を追究していくのが面白い教科なのだということを、身を持って実感できた。実際に振り子の装置を作ってみると、長さの調整や計算を何度も直さなければならなかったり、予想外の出来事が起きたりして、色々な問題に出くわした。でも、ちゃんと動画で見た「ペンデュラムウェーブ」ができたことが、とてもうれしかった。

また、直径6cmの重りで実験したとき装置が揺れたことによって振り子の揺れが小さくなったり、慣性の法則を使った実験のとき装置を動かす速度が均一でないと大きい球が止まったり、ブランコの実験では装置を揺らし続けていると大きい球はとても大きい揺れ、中くらいの球はものすごく小さい揺れになったりしていたので、何故そうなるのかを考えた。そして、振り子の揺れの波に装置の揺れの波が干渉して、波が増幅したり、逆に打ち消しあったりするのでそうなるのではないかと、という予想をたてた。前にテレビで見た大科学実験の振り子の回(メトロノームに合わせて揺らすことで特定の球だけ揺らせる実験)で起こっていたことが関係していると思った。詳しいことはまだよくわからないが、私は高校に入ったら科学部などに入部したいと思っているので、高校の部活で実験をしたり、高校の物理の先生に聞いてみたりして謎を解明してみたいと思う。