

# はねかえり係数の測定

静岡県立沼津西高等学校  
自然科学部 2年 田村茂椰 他3名

## 1 研究の動機と目的

ボールを落下させると、床に衝突して何度かはねかえり、次第にはねかえらなくなる。この減衰の仕方に何か規則性がないかと思い、研究に取り組んでみた。

はねかえり係数とは衝突前の速さと衝突後の速さの比のことであり、同じ机、同じ材質を使った場合、速さが変化してもはねかえり係数は一定と言われるが、果たしてそうなのか。また、はねかえり係数は何によって決まるのかを考えることにした。

## 2 研究の方法

玉の衝突による以下の測定、計算、撮影を行う。

- (1) はねかえり係数の測定
- (2) 衝突により生じる音エネルギーの測定
- (3) 熱による温度上昇の計算
- (4) 変形の様子撮影

## 3 研究の成果

- (1) はねかえり係数の測定

〈実験方法〉

右の写真のように、机の上に垂直に立てたものさしのすぐ横に、鉄製スタンドで挟んだ玉を静止させ、高さを変えながら落とし、それをハイスピード動画（デジタルカメラ CASIO EX100PRO）で撮影し、弾んだ高さの最高点を計測した。

玉はスーパーボール橙（特大）、ゴムボール黒、スーパーボール青（小、大）ビー玉（小、大）とした。衝突する台は、実験室の実験机、大理石とした。



玉の種類	直径 (mm)	質量 (g)
スーパーボール橙 (特大)	41.90	36.70
ゴムボール黒	24.72	8.30
スーパーボール青 (小)	19.10	3.70
スーパーボール青 (大)	29.00	11.60
ビー玉 (小)	16.05	5.40
ビー玉 (大)	25.15	20.60



<実験結果>

自由落下の速さと高さの関係式  $V^2 = 2gh$  より、

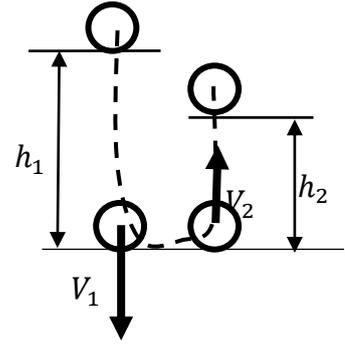
$$V_1 = \sqrt{2gh_1}$$

鉛直投げ上げの速さと高さの関係式  $V^2 - V_0^2 = -2gh$  より、

$$V_2 = \sqrt{2gh_2}$$

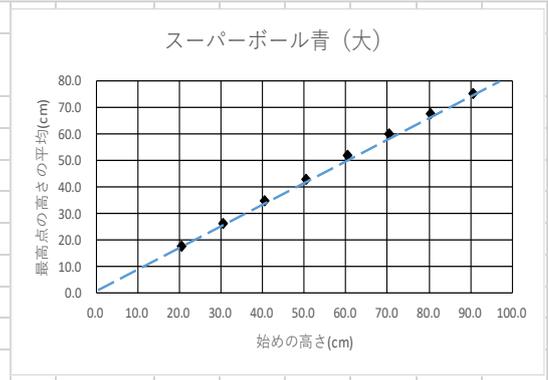
したがって、はねかえり係数は

$$e = \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

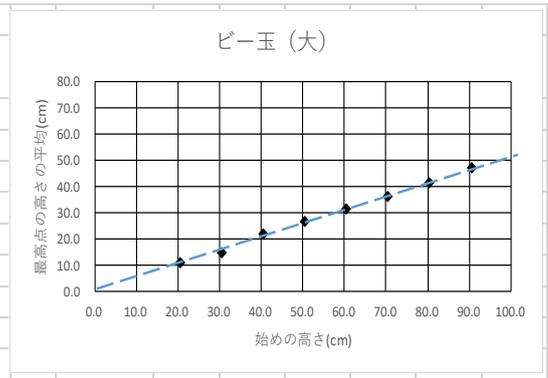


結果を表、グラフに表すと、(一部)

スーパーボール青 (大)		机の上		直径	29.00mm	質量	11.60g			
始めの高さ $h_1$ (cm)	衝突後の最高点の高さ $h_2$ (cm)						$h_2/h_1$	$\sqrt{h_2/h_1}$		
	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均	( $e^2$ )	( $e$ )		
20.5	18.0	17.8	18.0	18.1	17.9	18.0	0.88	0.94		
30.5	26.0	26.5	26.0	26.3	26.8	26.3	0.86	0.93		
40.5	35.5	34.9	35.0	35.0	34.0	34.9	0.86	0.93		
50.5	43.7	43.2	42.5	43.3	43.5	43.2	0.86	0.93		
60.5	51.0	53.0	52.6	51.8	52.5	52.2	0.86	0.93		
70.5	61.3	59.3	59.6	60.5	60.0	60.1	0.85	0.92		
80.5	67.5	68.5	68.0	68.0	67.5	67.9	0.84	0.92		
90.5	76.0	75.5	76.0	75.5	75.0	75.6	0.84	0.91		



ビー玉(大)		机の上		直径	25.15mm	質量	20.60g			
始めの高さ $h_1$ (cm)	衝突後の最高点の高さ $h_2$ (cm)						$h_2/h_1$	$\sqrt{h_2/h_1}$		
	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均	( $e^2$ )	( $e$ )		
20.5	11.0	12.0	10.3	11.8	11.5	11.3	0.55	0.74		
30.5	14.5	13.8	17.0	15.0	15.3	15.1	0.50	0.70		
40.5	23.8	24.1	21.4	20.0	20.0	21.9	0.54	0.73		
50.5	28.3	23.6	26.0	28.0	27.0	26.6	0.53	0.73		
60.5	33.3	32.3	28.6	32.5	32.0	31.7	0.52	0.72		
70.5	37.3	36.0	37.5	34.7	37.0	36.5	0.52	0.72		
80.5	43.6	41.6	39.4	41.5	41.0	41.4	0.51	0.72		
90.5	46.0	47.7	48.3	49.0	46.5	47.5	0.52	0.72		



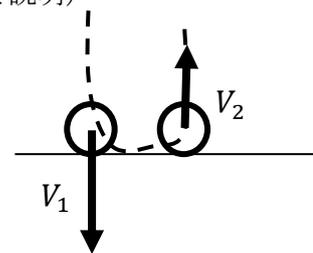
- 実際に測定することにより、どの玉においてもはねかえり係数がほぼ一定であることがわかる。
- ビー玉は直径が大きいほど (質量が大きいほど) はねかえり係数は小さい。
- スーパーボール青は直径が大きくても小さくても、はねかえり係数に変化はない。
- 机と大理石では差が見られない。

はねかえり係数が一定であることから考えると、衝突によるエネルギーの減少率が一定であることが導き出される。これがはねかえりにおける性質ではないか。(図及び式で説明)

はねかえり係数  $e = \frac{V_2}{V_1}$  より、

エネルギーの減少率

$$\frac{\frac{1}{2}mV_1^2 - \frac{1}{2}mV_2^2}{\frac{1}{2}mV_1^2} = \frac{\frac{1}{2}mV_1^2 - \frac{1}{2}m(eV_1)^2}{\frac{1}{2}mV_1^2} = 1 - e^2 \quad (\text{一定})$$



文献によると、失われたエネルギーは熱や音や変形に使われるとされている。

## (2) 衝突により生じる音エネルギーの測定

### <実験方法>

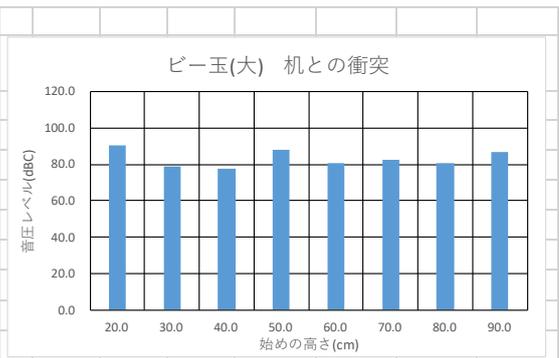
衝突により生じる音のエネルギーを求めるために騒音計による音圧レベルの測定を行った。

右の写真のように、机の上に垂直に立てたものさしのすぐ横に、鉄製スタンドで挟んだ玉を静止させ、高さを変えながら落とし、衝突により生じる音を騒音計（カイセ（株）デジタル騒音計 KG-70）で測定した。（設定：周波数重み特性\_C特性、時間重み特性\_FAST、最大値測定）

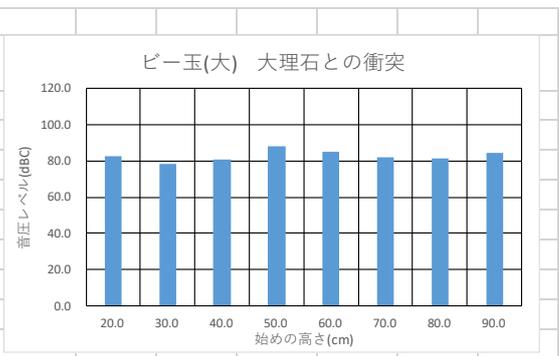


### <実験結果> (一部)

ビー玉(大)	机の上		直径	25.15mm	質量	20.60g
始めの高さ h 1 (cm)	衝突時の音圧レベル (dBC)					
	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
20.0	110.7	83.0	88.3	82.0	86.5	90.1
30.0	86.8	87.7	63.3	79.4	78.1	79.1
40.0	76.5	64.1	87.3	87.8	71.2	77.4
50.0	88.2	90.4	88.7	84.8	88.6	88.1
60.0	82.3	80.4	89.6	70.6	80.7	80.7
70.0	76.6	80.4	91.0	91.0	72.5	82.3
80.0	70.8	87.8	89.8	75.9	80.2	80.9
90.0	84.3	89.7	90.9	77.3	90.7	86.6



ビー玉(大)	大理石の上		直径	25.15mm	質量	20.60g
始めの高さ h 1 (cm)	衝突時の音圧レベル (dBC)					
	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
20.0	84.2	84.8	86.3	78.5	79.9	82.7
30.0	91.1	79.4	72.4	70.1	78.7	78.3
40.0	71.5	81.4	83.2	80.3	87.1	80.7
50.0	88.3	88.2	83.0	90.3	89.5	87.9
60.0	84.7	83.9	79.5	89.6	86.9	84.9
70.0	81.9	81.4	84.5	82.7	79.8	82.1
80.0	85.9	87.5	74.8	88.6	70.4	81.4
90.0	83.2	82.5	69.1	104.0	82.9	84.3



- ・高さ、玉の種類、衝突面の材質による差が見られない。

結果から考えると、音が出る時間が 1/1000 秒～3/1000 秒と短いため（(4) 変形の様子撮影より）、騒音計のサンプリング時間よりかなり短く、衝撃音の音圧レベルを測定していない。

## (3) 熱による温度上昇の計算

### <実験方法>

熱によるビー玉の温度上昇を測定するための予備実験として、失ったエネルギーが熱に変換された場合のビー玉の温度上昇を計算してみた。

### <実験結果> (一部)

条件：ビー玉の比熱：0.50 (J/g・K)、失ったエネルギーがすべてビー玉の温度上昇に使われたとして、

ビー玉(大)		机の上		直径		25.15mm		質量		20.60g		比熱(J/(g・K))		0.50	
										変換率 x %		100%			
始めの高さ h 1 (cm)	衝突後の最高点の高さ h 2 (cm)						h2/h1 (e^2)	$\sqrt{h2/h1}$ (e)	失った エネルギー(mJ) mg(h1-h2)	失ったエネル ギーが x %熱に 上昇温度(K)は					
	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均									
20.5	11.0	12.0	10.3	11.8	11.5	11.3	0.55	0.74	18.53	0.00179928					
30.5	14.5	13.8	17.0	15.0	15.3	15.1	0.50	0.70	31.05	0.00301448					
40.5	23.8	24.1	21.4	20.0	20.0	21.9	0.54	0.73	37.63	0.00365344					
50.5	28.3	23.6	26.0	28.0	27.0	26.6	0.53	0.73	48.29	0.00468832					
60.5	33.3	32.3	28.6	32.5	32.0	31.7	0.52	0.72	58.06	0.00563696					
70.5	37.3	36.0	37.5	34.7	37.0	36.5	0.52	0.72	68.64	0.00666400					
80.5	43.6	41.6	39.4	41.5	41.0	41.4	0.51	0.72	78.89	0.00765968					
90.5	46.0	47.7	48.3	49.0	46.5	47.5	0.52	0.72	86.81	0.00842800					

・ガラスの比熱や失ったエネルギーの熱への変換率をいろいろ変化できるようにワークシートを作成した。(論文では、ガラスの比熱は理科年表を参考にやや小さめの 0.50 (J/g・K) とした。)

失ったエネルギーの熱への変換率を 100%としても、小数第 3 位までにしかならず、非接触温度計を用意したが、とても測定できる値ではない。

#### (4) 変形の様子撮影

<実験方法>

変形の様子(机との接触時間)をハイスピード動画から解析してみた。

<実験結果> (一部)

◎高さ 40cm から落とした時の衝突の様子 (1 コマ 1000 分の 1 秒) ビー玉 (大)



机との衝突

1 コマ分 (1/1000 秒)

- ・ビー玉では、衝突直前直後でほとんど変形が見られない。
- ・スーパーボール青では、衝突直前直後で変形が見られるが、衝突後玉が変形されたままではない。

#### 4 考察

今回実験したどの玉においても、どの台においてもはねかえり係数が一定であることが確認できた。今回の実験は90cmまでの高さから自由落下をさせたが、より高い所から自由落下させてもはねかえり係数が一定なのか更なる実験をする必要がある。

測定結果をよく見ると、高さが低いほど（衝突前の速さが小さいほど）はねかえり係数が若干大きい。これは、高さが低いほど読み取り誤差が相対的に大きくなるためと思われる。

高ハイスピード動画より玉の変形の度合い（机との接触時間）を調べると、ビー玉は大きさを変えても、高さを変えてもほとんど変形がないが、スーパーボール青は大きさが大きいほど高さが高いほど、変形が大きくなる。ビー玉の場合、直径が大きくなっても、表面近くの変形だけとなり、衝突時に机から及ぼされる力の働く時間が質量に比べて小さいと考えれば、直径が大きいほどはねかえり係数が小さくなることを説明することができる。スーパーボール青（大）と（小）では、はねかえり係数にほとんど差はなかったことから、変形による力の働く時間の度合いは、はねかえり係数に大きく関係しそうである。

衝突によるエネルギー減少率が一定であることを導き出すことはできたが、衝突による変化があまりにも短く、その失ったエネルギーを騒音計や非接触温度計から直接測定できないとは予想外であった。音については、マイクからの信号をデジタルオシロスコープに入れ解析することができるかもしれない。

#### 5 反省と今後の課題

はねかえり係数の測定を、机からの高さを合わせて同じ条件で正確に行うことができた。

今後は、同じ材質で大きさや質量が異なる玉を多く用意し、物体の大きさや質量とはねかえり係数がどのような関係になるか明らかにしたい。さらに、高さによるはねかえり係数の変化も検討したい。また、衝突によって失われるエネルギーを直接求める別の方法（例えばデジタルオシロスコープの利用）を考案し、測定値より衝突によるエネルギーの減少率が一定であることも確かめたい。

#### 6 参考文献

- ・改訂版 物理基礎 （数研出版）
- ・改訂版 物理 （数研出版）
- ・はじめて騒音計を手にする方へ「騒音計とは」概要と背景 （小野測器）