

一円玉を浮かべる表面張力の働き Part2

静岡県立科学技術高等学校
自然科学部 2年 加納匠 福本亮太 堀池瑛久

1. 研究動機

一円玉を水面に置くと、図1のように水面をくぼませて水に浮くことができる。昨年度の研究では、表面張力とはどのような力なのか調べるために、水に直径や厚さの異なるアルミ円板を浮かせ、その沈む深さを測定した。結果としてアルミ円板の厚さが厚くなると沈む深さが大きくなること、厚さが同じであれば直径を変えても深さは変わらないことを明らかにした。また重力と浮力はほぼ1:1である一方で、表面張力による力の鉛直成分の重力は小さくなるにつれて、重力に対する割合を大きくしていったことから、表面張力が重力の約2割を支えているとする先行研究(林ら 2005)への疑問を提示した。しかしながら、アルミ円板に加わる浮力を計算する際に、図2に示されるリムの部分を含む体積を使うべきか、含まないアルミ円板上部の円柱部分(円柱体積)だけを使うべきかの疑問が残った。私達はさらにその疑問を解明し、表面張力の役割をさらに明確にしたいと考え研究を始めた。

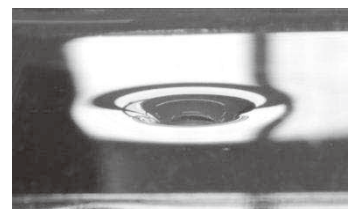


図1 水に浮かぶ一円玉

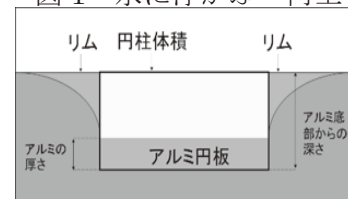


図2 アルミ円板を浮かべた時の模式図

2. 表面張力について

水分子にはたらく力を図3に模式的に示した。コップに入れた水において液体内部の粒子は、分子間力により四方八方の粒子と引き合っており、安定している。一方、表面付近の粒子は上側の分子間力が小さくなり、不安定になる。表面が多いほどより不安定な分子の数が増えるため、物質はできるだけ安定しようとして、表面を減らそうと分子を内側へ引き込む。このとき、表面を縮めようとする力が働くように見える。表面張力は液体表面だけでなく、固体表面にもはたらき、表面張力の大きさは分子同士の結合の強さが関係すると説明される。

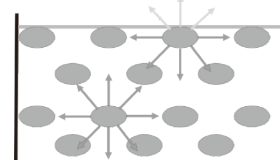


図3 分子の引き合い

3. 研究目的

昨年度の研究で課題とされた「アルミ円板に加わる浮力にリム部分が含まれるか」を明らかにする。その上で1円玉を浮かべる表面張力の働きについてさらに考察を深める。

4. 実験方法

(1) アルミ円板試料作製

一円玉では厚さや直径を変えることが出来ないため、一円玉の代わりにアルミ円板の試料を作成し実験を行った。直径4, 6, 12, 20, 22, 30, 50, 80mmのアルミ円柱を薄切りにした。太いアルミ円柱は旋盤で、細いアルミ円柱は電動カッターで薄切りにした。その後手で厚さを任意の値となるように紙ヤスリを使って調整する。なお厚さ確認はデジタルノギスにより測定するが、均一な厚さにすることが困難なことから、最終的には密度、底面積、質量を使って、計算から求めた厚さを平均値とした。直径12mmと20mmは昨年度作成した資料を用いた。直径4, 6, 30, 50, 80mmは今年度作成した。50mm80mmは市販されていたものをそのまま使用した。そして直径22mmは昨年度のもの今年度の資料が混合し含まれている。



図4 試料の写真

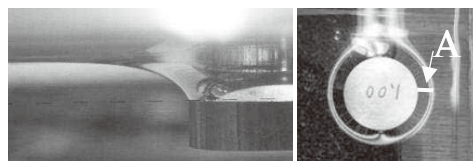


図5 側面写真 図6 上面の写真 (Aは歪み幅)

(2) 実験方法

実験は、1 辺の長さ 7cm の立方体、直径約 32cm の水槽に水道水を入れ、ピンセットを用いて試料を水面に静かに浮かべ、真上及び側面から写真撮影をした。写真を一回撮影するごとに、容器の水と試料を洗剤で洗い、水ですすいだ。側面より撮影した写真(図 5)は沈み込んだ試料と水平な位置から撮影した。側面の写真は、試料が沈み込んでできた水面のカーブに注目して円板の真横のラインに焦点が合うように撮影した。上面の写真(図 6)は、試料を浮かべることによってできた水面のカーブにより円状に曲げられる天井の蛍光灯の光に注目して蛍光灯がきれいに円を描く位置より撮影した。

(3) データ処理

上面の写真(図 6)からは、写真に写った試料の中心を求め、試料の中心を、アルミ円板に浮かべてできたくぼみの部分を円の中心と考え、写真上の試料の中心から光の縁(「外円」と呼ぶ)までを、デジタルノギスで測定し、円の直径とした。左右で幅が異なる場合は、両端の平均値を使う。試料の縁から外円までの距離を歪み幅と呼ぶ。歪み幅は、試料の上面から撮影した写真上の直径と実際の試料との比を用い、実際の幅の大きさを求め、水面のカーブを測定する

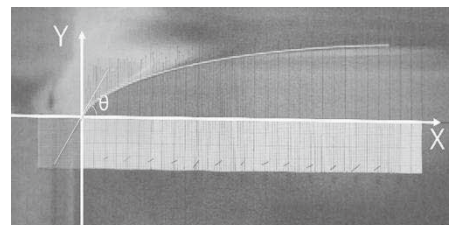


図 7 側面測定写真

際の終点として使用した。側面の写真からは、図 7 のように水面のカーブの写真上の座標、試料と水面の縁の接触角 θ を測定した。座標測定では、図 7 のようにアルミ円板上部の縁の延長線を基に x 軸をとり、アルミと水面との接点に x 軸にひいた垂線を y 軸とし、座標を測定した。水面のカーブをなぞり、x 軸方向に 1mm ごとに垂線を引き、垂線の x 軸との接点と、なぞったカーブとの接点の距離を y 座標とし、デジタルノギスで距離を測定した。x 軸の歪み幅 l の区間まで y 座標を測定し、外円の y 座標をアルミ円板上部の深さ h とした。座標測定後、写真上の試料の直径と実際の試料との比を使い、表計算ソフト Excel で座標を実際の深さに変換して用いた。

また、接触角は(図 7)の写真に半透明の方眼紙を重ね、アルミと水面カーブとの接点に接線を引き、直角三角形として縦横の長さを計測し、 $\tan^{-1}$ で求めた。表面張力の鉛直成分は林ら(2005)の式を $\sin \theta$ に変えて使用した。(式①)

γ : 表面張力
 r : 一円玉の半径
 θ : 接触角

$$\text{表面張力の鉛直成分} = \gamma \sin \theta \times 2\pi r \cdots \text{式①}$$

(4) 体積計算

昨年度はカーブの形を $y = \sqrt{ax}$ と考え、体積計算を行うための式を求めた。

しかし、円板が深く沈むにつれ、 $x - y^2$ グラフは直線近似から大きくはズれるようになってきたことから、式の出直しを行った。グラフ $x - y$ グラフを $y - x$ グラフに変え(図 8)、 $y - x$ グラフを次数式近似でフィットする次数を探していく中、5 次式がどのデータでも最もよくフィットしたため、5 次式近似の式を用いることにした。各係数を a、b、c、d、e、アルミ円板の半径 r、アルミ円板から水面の深さ D を用いて、半径分の移動を行ったのちに回転体の体積として積分をした。

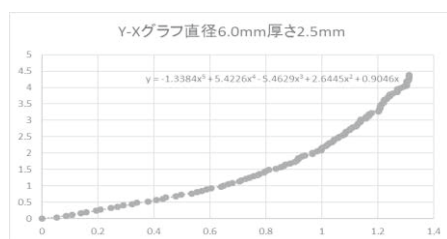


図 8 $y - x$ グラフ

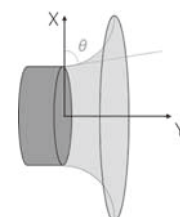


図 9 回転体の体積

(5) 浮力計算

(4) で求めた空間の体積に浮かべた試料の体積を加え、水を押しのけたリムを含む体積として考えた。またリムを含まない体積はアルミの底面積と沈んだ深さとの積で円柱体積を求めた。その後、浮力の公式(式③)を用いて浮力を算出した。

$$F = \rho Vg \quad \dots \text{式③}$$

ρ : 水の密度 V : 水を押しのけた体積 g : 重力加速度

5. 結果

(1) アルミ円板厚さと深さの関係

アルミ円板を水の入った容器に浮かばせたときのアルミ円板底部からの深さとアルミ円板の厚さの平均(図9)の関係をまとめたグラフを図10に示す。グラフを見ると、直径20mm以上では円板の直径によらず厚さと深さが同じような比例関係にあるように見えるが、12mm以下になると傾向は異なる。直径が12mm, 6mm, 4mmと直径が小さくなるにつれ近似直線の傾きは小さくなっていくように見える。一方沈んだ深さの最大値はアルミ円板の直径が変化しても約6mmとほとんど変わっていない。同じ厚さで比べると、直径が小さいものは浅く、直径の大きいものは深く沈んでいる。また、同じ深さで比べると直径の小さいものの方が大きいものより厚くなっている。

図11の左は直径4mm厚さ4.38mmのアルミ円板で深さは6.16mmで、右は直径12mm厚さ3.23mmのアルミ円板で深さは6.18mmであった。両者は同じ深さであるがアルミ円板上部の空気の厚さは異なっていた。



図9 厚さとアルミ底部からの深さ

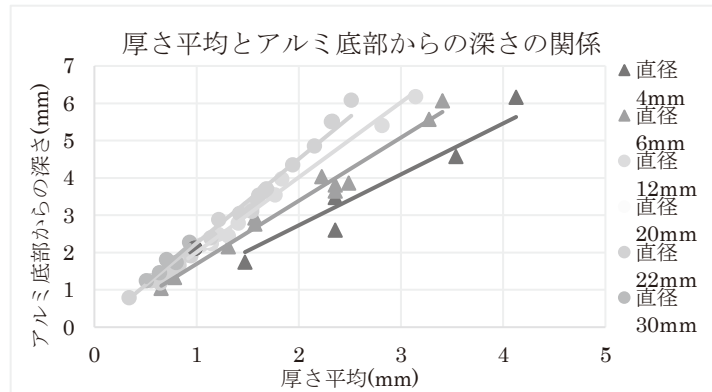


図10 厚さ平均とアルミ底部からの深さの関係

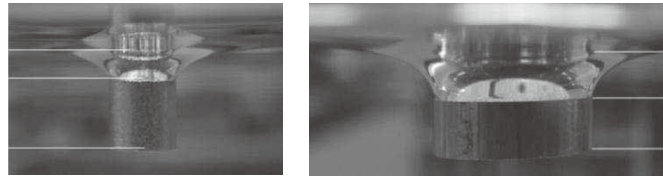


図11 異なる直径と厚さの円板

(2) 重力と浮力の関係

アルミ円板に働く、浮力と重力の関係を2種類の浮力で見える。リムを含めた浮力を「リム付き浮力」含めないものを「円柱浮力」と呼ぶことにする(図12)。図13に全データをまとめたグラフ、図14は30mN以下の範囲で拡大したものである。全体的に見ると(図13)リム付き浮力のグラフの傾きは0.9166となり、円柱浮力の傾きは0.8063となる。一方で30mN以下だけ(図14)で見ると、リム付き浮力の傾きは1.0178となり、円柱浮力グラフの傾き0.8254となった。点のばらつきがリム付きでは大きく円柱浮力では小さくなった。

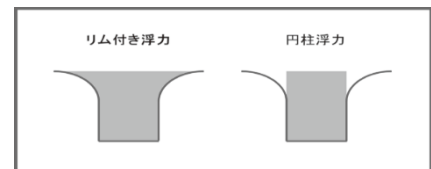


図12 計算に使用した体積部の模式図

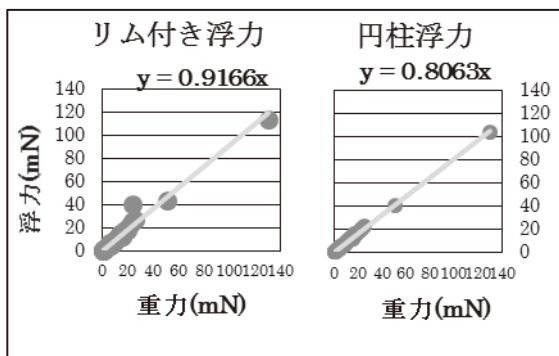


図13 浮力と重力の関係(全試料)

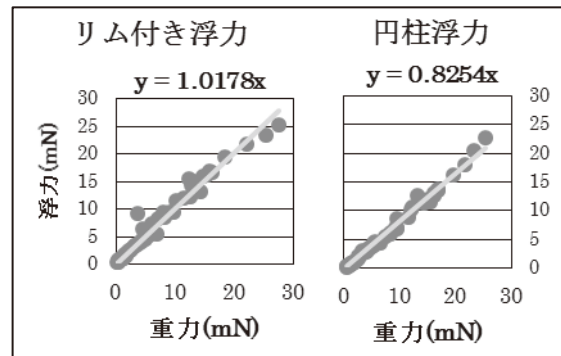


図14 浮力と重力の関係(30mN以下の試料)

(3) 重力と表面張力の鉛直成分の関係

図 15 に重力と表面張力の鉛直成分の関係を示す。図 15 から重さが重くなると、鉛直成分が大きくなるが、5mN 前後では明らかに傾向に違いがある。また、図 16、図 17 に表面張力による力の鉛直成分と重力に占める割合を全データと 30mN 以下に分けて示した。図 16 をみると重力が小さい時表面張力の割合が最大で約 50%を全データと、また重力が大きくなると 10%を下る結果となった。図 17 をみると、5mN のところに値の隔たりがあるように見える。

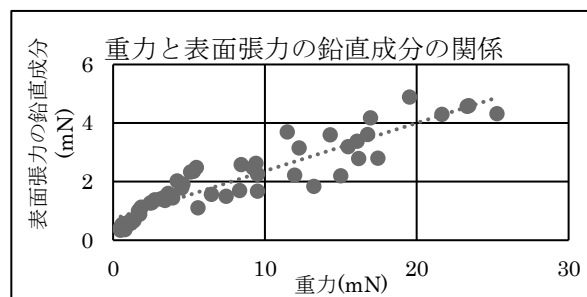


図 15 重力と表面張力鉛直成分の関係

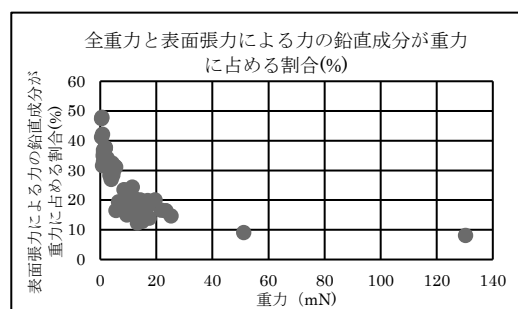


図 16 重力と鉛直成分の割合(全試料)

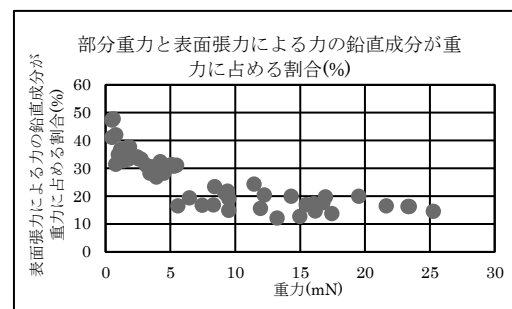


図 17 重力と鉛直成分の割合
(30mN以下の試料)

6. 考察

(1) アルミ円板厚さと深さの関係

昨年の研究では厚さのみで深さが決まると考えたが、本研究では円板の直径が小さくなると厚さだけで深さが決まらなくなった。同じ深さに注目したときに直径が小さいときはアルミ円板は厚く、直径が大きい時はアルミ円板が薄くなる。直径の小さいものは大きいものに比べ、アルミ円板上部の空気部の深さは小さくなっている。つまり沈む深さを変化させる要素はアルミ円板の厚さのみでなく、アルミ円板の直径が含まれることになる。今回の結果から直径が小さいと厚さだけではなく、直径という2つの変数を持つようになると考える。

(2) 重力と浮力の関係

リム付き浮力と円柱浮力において、30mN 以下のグラフの傾き、全体のグラフの傾きを比べると、リム付き浮力ではデータが増えると傾きが変わるなどデータのばらつきが大きい。一方、円柱浮力は全体で見ても部分的に見ても大きく変わらずばらつきが小さいことから、リム付き浮力よりは浮力と重力の相関は大きいようである。以上のことより浮力は円柱浮力で考えるのが妥当であると結論される。ゆえに、重力を支える力の約 8 割が浮力であることになり、残りの 2 割は何か別の力によって支えられていることになる。

しかしながら、リム付き浮力と重力の関係は 1:1 を超えることがない点にも注目したい。もし、浮力が円柱浮力で決まるならば、リムの部分を使って求めた浮力は余分となる。リムの空間に対する割合は円板の直径が小さくなるにつれて大きくなると考えられるため直径が小さくなる、すなわち重さが小さくなるにつれてリム付き浮力は重力よりも大きくなると予想されるが、そうならないことは不思議である。

(3) 重力と表面張力の鉛直成分の関係

今回アルミ円板のサイズを広げることによって、表面張力がアルミ円板を引き上げる力の割合はアルミ板の大きさによって変わるということが明確になった。林らの言うように、20%が重力を支える力と一概には言えないことになる。今回の結果は竹澤らの表面張力による力の鉛直成分は重力に対して一定の割合で働いていないという結論を支持するものとなった。重力と表面張力の鉛直成分の関係を全体でみると相関は弱いものの、明らかに 5mN 前後で傾向に違いがある。図 14 をみると 5mN 以下では値は直線上でまどっているが、5mN 以上になるとバラつきが大きくなり、相関が弱くなる。アルミ板の重力 5mN あたりを境に表面張力による力の鉛直成分の働き方が変わってくるのではないかと考える。また、重力と表面張力の割合でも、全体の図

(図 15) と 30mN 以下の図 (図 16) と見比べても 5mN あたりに大きな隔たりがある。このあたりで表面張力の振る舞い方が変わっていることが考えられる。

7. まとめ

結果(1)から深さを決める要素は厚さとアルミ円板の直径といった二つの変数であるということがわかった。リム付き浮力と円柱浮力どちらで浮力の計算をするべきかとの問いに対しては結果(2)から円柱浮力を浮力の計算として用いるべきであり、浮力は重力の約 8 割を支えていると結論付けた。一方で表面張力の割合はアルミ円板の直径

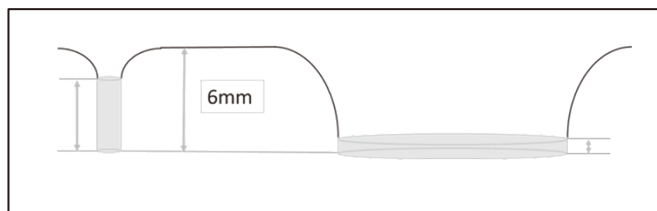


図 17 深さの限界に対する円板の厚さの模式図

径が大きい時と小さい時とで 1 割から 5 割へと変わるため、残り 2 割を単純に表面張力の力と結論付けることはできない。さらに、円板の直径が小さくなると深さや、接触角の傾向が変化することから、重力を支える力の力学構造が変化する可能性が示唆された。今回の結果でアルミ円板底部までの深さの限界値が約 6mm になった。このことから図 17 のように、厚さが厚く、直径が極端に小さければアルミ円板の上面より上の深さが小さくなり、厚さが薄く、直径が大きい場合にはアルミ円板の上面より上の深さが大きくなると考えられる。こうなると林らの式における表面張力の鉛直成分はますます重力に対する割合を増すのではないだろうか。径が小さくなると林らの式ではつじつまが合わなくなること事実である

8. 今後の課題

今研究では昨年の研究より様々な点でデータの取り方に改良を加えた。まず第一にアルミ円板のサイズの幅を下は 4mm まで、上は 80mm までと大幅に増やした。アルミ円板の写真の撮り方はカメラを固定したり、水を高頻度で変えたりすることより、データの正確性を高めた。厚さはノギスで測った値で決めずに質量、体積、密度から厚さ平均とした。円板上部における水面カーブのリム部分を $y-x$ グラフに置き換え 5 次式近似から求めることでより近似を高めた。

今回の研究を通して深さを決める要素は厚さとアルミ円板の直径といった二つの変数であるということがわかったが、表面張力を求める式についての疑問が残った。今後同じ深さで浮かぶ径と厚さの異なるアルミ円板のデータをとることで同じ深さで沈む時の径が小さければ厚くなる、径が小さければ厚くなることの理由などを明らかにしていきたい。径が小さくなると表面張力の働き方がどのような理由でどのように変わってくるのかを明らかにしていきたい。

9. 参考文献

- ・竹澤凌生, 米倉大貴, 「一円玉を浮かべる表面張力の働き」 静岡県立科学技術高等学校, 自然科学部
- ・林英子, 稲葉秀明, 「1 円玉はなぜ水に浮かぶのか」 千葉大学教育学研究紀要, 53 巻, 354-349 (2005)