

## 12 すっとびボールの運動の研究

### 1 研究の動機

すっとびボールとは図 1 のように大小の順番でスーパーボール（弾性球）を重ねた装置のことで、これを落下させたとき、最上部の小さい球が落とした高さよりずっと高くまで跳ね上がる。

私たちはこのすっとびボールの最上部の小さい球はどうしてこんなに高く飛ぶのか、どうしたら高く飛ばせるのかと疑問に思い、すっとびボールの運動を研究することにした。



図 1. すっとびボール

### 2 研究の目的

弾性球の落とす組み合わせや落下させる高さによる、弾性球の跳ね上がった高さを測定し、すっとびボールの運動を調べる。そのために、上部・下部の弾性球の跳ね上がった高さをそれぞれ測定し、衝突前後における力学的エネルギーや運動量保存について分析する。

### 3 予想

実験にあたって以下のように予想した。

- ・ 上部の弾性球の飛距離が落とす高さの 2 乗に比例する。
- ・ 二つの弾性球の質量の差が大きいほど飛距離が高くなる。
- ・ 上の球が高く飛ぶのは、下の球のエネルギーが上の球に移るからではないか。

### 4 研究方法

#### (1) 装置の製作

跳ね上がる高さを正確に測定するためには、どうしたらいいのかを考えた。すっとびボールは、落としたとき、下の弾性球に固定されている軸が衝突面に対して傾いてしまうことが多く、真上に飛ばない。また、飛び出すたびに上部の弾性球を拾いに行かなければならない。

そこで、跳ね上がる高さを正確に測定するために弾性球を垂直に落とす装置を独自に開発した。その装置は図 2 のとおりである。詳細および工夫点を以下に記す。

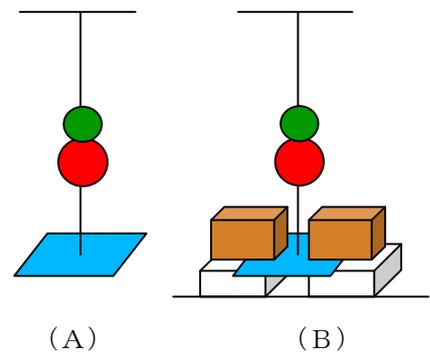


図 2. 装置の概要

(A)鉄板を吊るしたワイヤーを、天井にフックで固定しワイヤーが鉛直になるようにした。弾性球は真ん中に直径 4.0 ミリの穴を開け、直径 1.0 ミリのスチールワイヤーに通した。

(B)ワイヤーの長さは鉄板が台より数ミリ浮いている高さになるように調整し、その後鉄板を挟み込むようにおもりを乗せ、ワイヤーがたるまないように張力をかけて固定した。

弾性球はゴムできており、弾性球の穴とワイヤーとの間の摩擦で飛距離が下がったり、飛ぶ高さにばらつきが大きくなったりした。そこでワイヤーとの摩擦をできるだけ小さくするために、改善策として弾性球の穴の中にストローを通して摩擦を軽減することを考えた。ストローを通す弾性球の跳ね上がる高さが変わってしまわないように、ストローの長さを調整してはめ込んだ。

跳ね上がる高さのばらつきが大きいことに対しては落とす回数を増やして信頼できるデータだけを選ぶことで精度を上げた。

実験に使用した弾性球は大、中、小の3球である(図3)。表1には使用した弾性球の質量、直径および小球に対するおよその質量比を示した。大中、中小の弾性球はそれぞれ質量比がほぼ4対1になっていた。

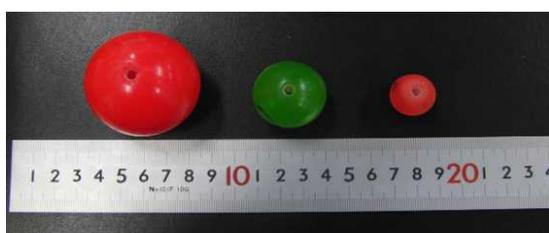


図3. 使用した弾性球

表1. 使用した弾性球の直径と質量

弾性球	直径(cm)	質量(g)	質量比
大	4.7	51.23	16
中	3.04	13.46	4
小	1.96	3.4	1

## (2)測定方法

### ア 反発係数の測定

ワイヤーを通した時と、通さない時の反発係数をそれぞれ測定した。ワイヤーなしの測定は、実際の測定装置と同じように鉄板を木材とレンガで挟み込み、鉄板面から20cm、50cm、80cm、100cmの高さから落としその跳ね上がった球の下部球の高さを目視にて測定した。計測は、各10回行った。反発係数は、落下距離と跳ね上がった高さの関係をグラフに表し、その傾きから計算で求めた。図4は実験の様子である。



図4. 実験の様子

ワイヤーを通しての測定は、鉄板面から5cm、10cm、15cmの高さから落としその様子をハイスピードカメラで撮影した(フレームレート600fps)。計測は、映像で跳ね上がった高さを確認して行った。比較のために廊下の床面と弾性球との間の反発係数も求めた。

### イ 2球を重ねたときの飛距離の測定

ワイヤーを通しているため、あまり高くから落とすとワイヤーとの摩擦によって、落下中に下部球と上部球が離れたり、飛距離に大きなばらつきが出たりする。そのため、落とす高さは5cm、10cm、15cmと低く設定した。

手で下部球をつまみ、その下端が設定した高さになる位置まで上げて、内部のスト

ローにワイヤーが触れないように落下させた。ワイヤーの背後に垂直に立てたスチール定規を使って目視で跳ね返った弾性球の最下部の高さを測定した。測定中に以下の問題点が生じたため、それらを改善するための工夫を以下のように行った。

<問題点>

- ・弾性球を手で落とすため落とす高さに数ミリの誤差がでる。
- ・下の弾性球の飛距離が低すぎるため目視では測定が困難だった。

<改善策>

- ・落とす回数を増やし記録の精度を上げた。計測する前に弾性球の各組み合わせにおいて、それぞれ 100 回ほど試行して摩擦の影響が少ないときにどれほど飛ぶのかを確認してから実際の計測を行った。実際の計測では、確認した位置の周辺まで跳ね上がったときの値を記録し、その値が 10 回以上計測されるまで測定を繰り返した。1つの組み合わせの測定平均値を得るためには、1000 回程度の実験が必要であった。
- ・下部球の測定に関しては、ハイスピードカメラを使いその映像で弾性球が跳ね上がった高さを記録した。

## 5 研究結果と考察

### (1) 反発係数

反発係数を  $e$ 、落下距離を  $H$ 、跳ね上がった高さを  $H'$  とすると、 $H' = e^2 H$  の関係が成り立つ。そこで、図 5、図 6 の傾きから反発係数を求めた。表 2 はこのとき求めた反発係数をまとめたものである。

表 2. 反発係数

反発面	ワイヤー	反発係数		
		大	中	小
鉄板	なし	0.74	0.81	0.76
鉄板	あり	0.84	0.87	0.78
床	なし	0.88	0.88	0.79

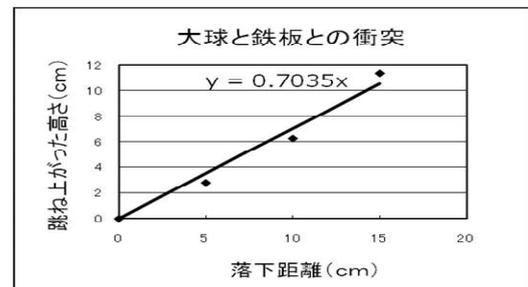


図 5. 大球と鉄板との衝突(ワイヤーあり)

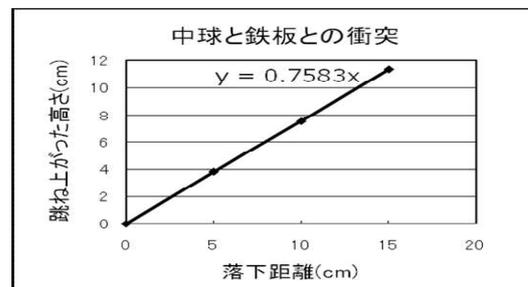


図 6. 中球と鉄板との衝突(ワイヤーあり)

### (2) 床との衝突における跳ね上がった高さ

図 7 と図 8 に、各組み合わせにおける上部球、下部球のそれぞれの跳ね上がった高さをまとめた。図 7 より質量比が 16 : 1 の大球と小球の組み合わせでは、上部球の

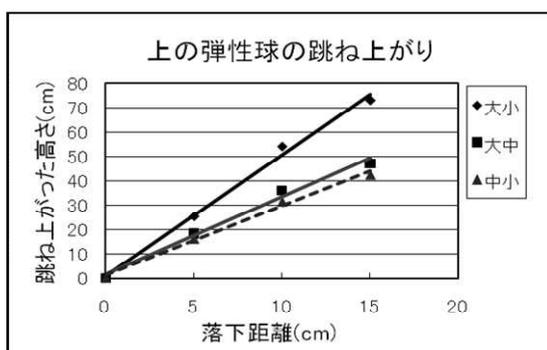


図 7. 上部弾性球の跳ね上がった高さ

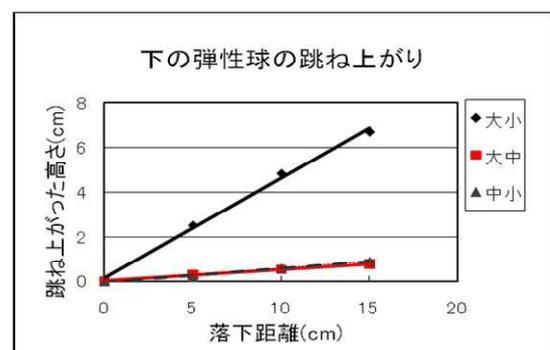


図 8. 下部弾性球の跳ね上がった高さ

跳ね上がった高さは、落とす高さのおよそ5倍であり質量比が4:1の大球と中球、中球と小球の組み合わせでは、それぞれ3.5倍と3倍であった。上部球も下部球も落下距離と跳ね上がる高さは、比例しており、その傾向は質量比が同じ組み合わせでは同じようであることがわかる。

以上の結果より落とす高さに対して跳ね上がる高さは、ほぼ比例しているといえる。また、下部球も上部球と同様に落とす高さに比例して跳ね上がる高さが増えていた。さらに、質量比が大きいほど上部球、下部球ともに跳ね上がる高さは高く、質量比が同様の組み合わせでは結果が同じようになるなど跳ね上がる高さには、弾性球の組み合わせの質量比が大きく関係するといえる。

### (3) 床との衝突前後における位置エネルギーの変化

弾性球の跳ね上がる高さの変化にはエネルギーが関わっているのではないかと考え、衝突前後における位置エネルギーを計算し弾性球の跳ね上がる高さとのエネルギーの関係を求めることにした(図9)。

表3は、2球の持つ力学的エネルギーの衝突前に対する衝突後の減少率を示したものである。この結果から、衝突後は衝突前の30パーセント程度のエネルギーを損失していることがわかる。どの組み合わせにおいても、落下距離15cmの結果が5cm、10cmの結果に比べてエネルギーの減少率が大きい。これは、高さが増すことでワイヤーとの接触が増えたための損失増加ではないかと考えられる。球の組み合わせによる傾向は、質量比との間に関連性は見られず、上部球が小さい時の方がエネルギーの減少量が小さいようである。このことから、エネルギーの減少は、衝突する2球の質量比よりも上部球の大きさに深く関係していると考えられる。

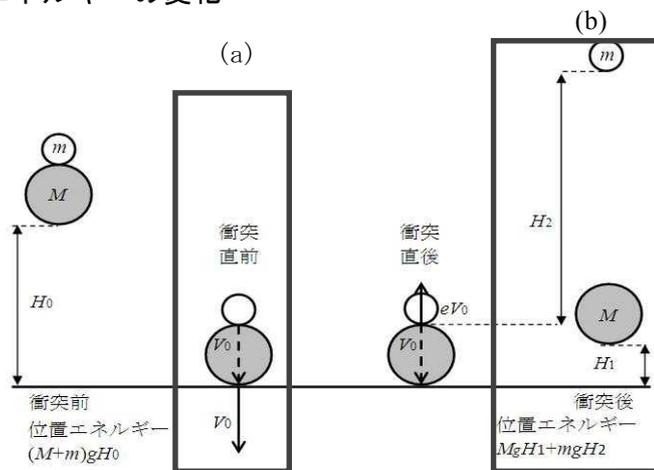


図9. 衝突前後における位置エネルギーの変化

表3. エネルギーの減少率

組み合わせ		質量比	エネルギー減少率(落下距離)		
上	下		5cm	10cm	15cm
大	小	16:1	21%	21%	28%
大	中	4:1	32%	32%	39%
中	小	4:1	19%	21%	30%

### (4) 床との衝突前後における運動量の変化

跳ね上がった高さから速度を求め、衝突直後の運動量と衝突後の運動量から運動量の減少率を求めた。表4を見ると、質量比が同じ程度の大きくと中球、中球と小球で減少率が大きかった。ここから質量比が大きいほ

表4. 運動量の減少率

組み合わせ		質量比	運動量減少率(落下距離)		
上	下		5cm	10cm	15cm
大	小	16:1	5%	6%	10%
大	中	4:1	42%	38%	40%
中	小	4:1	32%	33%	37%

ど衝突による運動量の減少が小さいということがわかる。

参考文献などでは弾性球と床面との衝突において、運動量が保存される条件ですとびボールの跳ね上がる高さを計算をしているが、実際のすっとびボールでは、床との衝突の前後で運動量は減少していることが結果よりわかった。ワイヤーとの摩擦で速度が減少した結果として運動量は減ってしまうとも考えられるが、質量比の同じ組み合わせで運動量減少率に同様の傾向が見られたことから、測定誤差だけではない要因が考えられる。

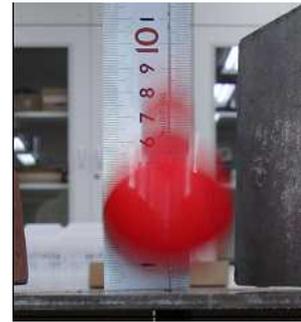


図 10. 歪んでいる様子

そこで床との衝突と2球の間の衝突とが同時に起こっていることが要因ではないかと考えた。衝突時に下部球が歪んでいる様子(図10)より、下部球が床と上部球とに挟まれることで、下部球の復元力が上部球と床面とに同時に働くと考えられる。そのようなときには、床面と下部球の衝突における反発係数が変化してしまうのではないだろうか。このことから、弾性球の差が大きい組み合わせでは挟まれる効果が小さく、運動量の減少率が小さくなると解釈できる。

#### (5) 3球のすっとびボールにおける結果

弾性球を3球にして大球(下)、中球(中)、小球(上)の順での実験を行った。しかし中球の跳ね上がる高さの測定が難しかったため、今回は小球だけを測定した(図11)。その結果小球は、落とした高さの10倍程度跳ね上がっていることがわかった。

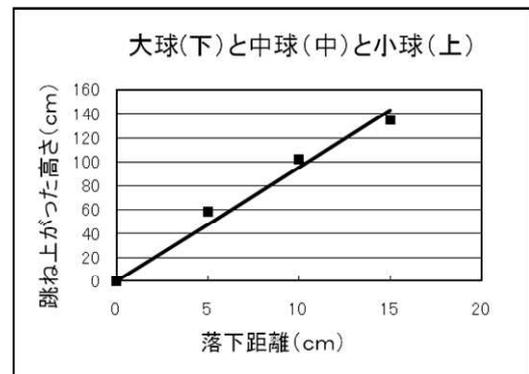


図 11. 球の組み合わせの上部球の飛距離

## 6 まとめ

2球のすっとびボールは、落とす高さに対して跳ね上がる高さが比例しており、2球の質量差の大きさが跳ね上がる高さに関係していることがわかった。また同時に質量比は、運動量の減少率と関連を持ち、エネルギーの減少率とは関連が小さいことから、跳ね上がる高さは運動量の減少が小さい時のほうが大きくなるとの結論が導かれる。

「「すっとびボール」の研究史」<sup>(2)</sup>では、すっとびボールの跳ね上がる高さや速度を、反発係数を1とし運動量保存則に基づいて求めているが、実験結果から、衝突の前後で2球の力学的エネルギー総和と運動量の総和は減少していることが確認された。さらにエネルギーの総和と運動量の総和の減少傾向と質量比との関係は同じではなく、別々の要因が考えられるなど実際の現象はより複雑な衝突であることがわかった。

今後さらに、下部球から上部球に移動したエネルギーの量や球同士の反発係数の分析、さらに弾性球の並びを変えるなどで、どのように変化するかなどと追及していきたい。

## 7 参考文献

- (1) 松ヶ谷明史、中村昴督、石井良和、佐藤涼「すっとびボールの運動を計算する」岡崎高校
- (2) 塚本浩司「「すっとびボール」の研究史」、物理教育第49巻 第6号 2001