

## 4 気柱の共鳴を利用した気体中の音速の測定

### 1 はじめに

非常に速いことの代名詞にも使われる音速を、できるだけ分かり易く、かつ簡単な方法で測定することができないかと考え、今回の研究に取り組んだ。

### 2 研究の目的

閉管の内部に生じる音波の定常波による共鳴現象を利用し、次の事柄について研究を進める。

- (1) 密度の異なる気体、空気・二酸化炭素・ヘリウムそれぞれの気体中における音速を測定する。
- (2) 気柱の共鳴を利用して音波の波長を測定することで、音速を計算で求める。
- (3) 測定した結果について、気温から求めた音速との比較をおこなう。
- (4) 3種の気体に対して、開口端補正についても調べる。

### 3 研究の方法

細長い管（気柱共鳴管と呼ぶことにする）の内部の気体（気柱と呼ぶ）に、管の入り口から音叉を近づける。気柱の長さ $l$ と音波の波長 $\lambda$ が一定の条件を満たすと、管に入射する音波と、反射して戻る音波とが干渉して定常波が発生し、大きな音が聞こえる。この現象は共鳴と呼ばれる。

図1は、水平に設置した気柱共鳴管の管口に、振動数 $f$ の音叉を近づけた場合に生じた定常波の様子を表している。音波は縦波であるが、図1では波の進行方向と直角の向きに変位を描く横波表示の方法で定常波を描いている。共鳴が生じるピストンの位置を共鳴点と呼ぶことにする。この図では共鳴点が管口から測って長さ $l_1$ と $l_2$ の位置であることを示している。

共鳴点までの長さ $l_1$ と $l_2$ から、空気中を伝わる音波の波長 $\lambda$ は次の①式で計算することができる。

$$\lambda = 2(l_2 - l_1) \quad \dots \text{①}$$

この値と振動数 $f$ から、音速 $V$ は

$$V = f \lambda \quad \dots \text{②}$$

の式で求めることができる。そこで、この方法を密度の異なる各種気体に応用することにした。

#### (1) 空気の場合

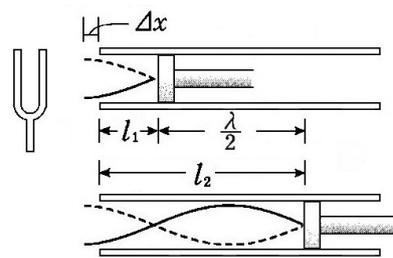
上記の図1の方法で音速を求める。

図1 空気の場合における定常波の測定

#### (2) 二酸化炭素の場合

気体の密度は空気よりも大きい。そこで、気柱共鳴管として鉛直に設置したガラス管を使い、管内の水にドライアイスを取り込むことで二酸化炭素を発生させる。水面より上方に集まった二酸化炭素の気体を気柱とみなして、図2のように管口に音叉を近づけて共鳴点を調べる。

図2の右側に示すように、水瓶を上げ下げすれば、ピストンの代わりに水面が上下して共鳴点を調べることができる。このとき、水面を下げると管口から管内に空気が入ってしまうため、水面は上昇させつつ共鳴点を調べる。



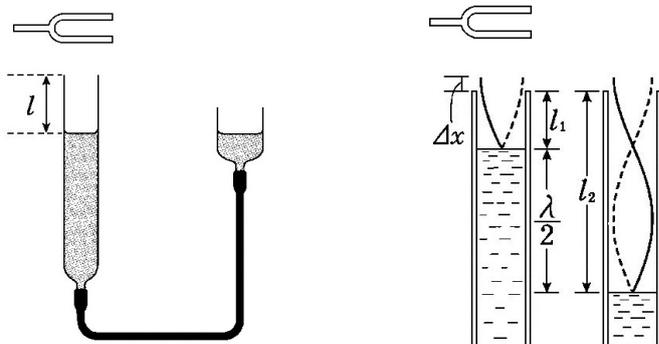


図2 二酸化炭素の場合における定常波の測定

(3) ヘリウムの場合

気体の密度は空気よりも小さい。そこでアクリル製の気柱共鳴管を鉛直に設置し、上部にピストンをつけ、下側の管口からヘリウムの気体を注入する。気柱内にある空気は追い出されていく。ピストンの下方に集まったヘリウムの気体を気柱とみなし、図3のようにして管口に音叉を近づけて共鳴点を調べる。ピストンを上方に上げてしまうと下側の管口から空気が管内に入ってきてしまうため、ピストンは下降させつつ共鳴点を調べる。

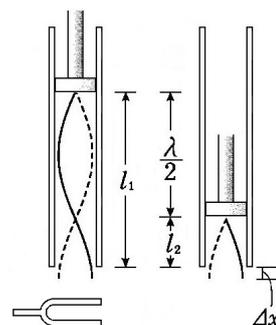


図3 ヘリウムの場合における定常波の測定

4 研究の結果

(1) 空気中の音速の測定

ア 実験装置の配置

図1で説明したとおりに、アクリル製の気柱共鳴管を水平に設置した。管口に音叉を近づけ、距離  $l_1$  と  $l_2$  を測定した。

イ 結果

次の表は、測定結果の一例をまとめたものである。表中で  $\lambda$  は音波の波長、 $f$  は管口に近づけた音叉の振動数、 $V$  は音速の測定値 (②式を使用) である。また、 $V'$  は気温  $t$  [°C] の値から計算で求めた音速である。各測定例ともに、距離  $l_1$  と  $l_2$  は平均値である。

測定例	$l_1$ [m]	$l_2$ [m]	$\lambda$ [m]	$f$ [Hz]	$V$ [m/s]	$t$ [°C]	$V'$ [m/s]
①	0.182	0.573	0.784	440	344.7	20.5	344.0
②	0.189	0.592	0.806	427	343.6	20.5	344.0
③	0.038	0.138	0.199	1700	338.3	18.0	342.4
④	0.183	0.574	0.782	440	344.1	22.0	344.9
⑤	0.188	0.583	0.790	440	347.6	22.0	344.9

表1 空気中の音速の測定結果

ウ 気温から求めた音速との比較

気体中の音速は、気温によって変化する。本などで調べたところ、音速はセルシウス温度で表した気温  $t$  [°C] との間に次の関係式があることが分かった。

$$V = V_0 \left( 1 + \frac{t}{546} \right) \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

$V_0$  は、気温  $0[^\circ\text{C}]$  における気体中の音速である。この③式を用いれば、気温から音速を導き出せる。理科年表から調べた  $V_0 = 331.45 \text{ [m/s]}$  の値を③式に代入し、空気中の音速は

$$V' = 331.45 + 0.61t \quad \dots \quad \text{④}$$

という式で与えられる。

表1の最も右の列には、④式を用い気温から求めた音速の値を記載した。気柱共鳴から求めた音速の値と比較すると、相対誤差  $0.8\%$  以内であった。唯一の例外は振動数が  $1700 \text{ [Hz]}$  の場合で、相対誤差は  $1.2\%$  であった。これは、②式を使用して計算したとき、振動数  $f$  の値が大きいほど波長  $\lambda$  を測定した際の誤差がより大きく影響を与えるためだと考えられる。

## (2) 二酸化炭素中の音速の測定

### ア 実験装置の配置

図2で説明したとおりに実験した。

管内に二酸化炭素の気体が十分に集まるようにするため、必要なドライアイスの量を計算で求め、常にこの質量以上のドライアイスが管内に入れて準備をおこなうことにした。

### イ 結果

次の表は、測定結果の一例をまとめたものである。表中で  $\lambda$  は音波の波長、 $f$  は管口に近づけた音叉の振動数、 $V$  は音速の測定値（②式を使用）である。また、 $V'$  は気温  $t [^\circ\text{C}]$  の値から計算で求めた音速である。各測定例ともに、距離  $l_1$  と  $l_2$  は平均値である。

測定例	$l_1$ [m]	$l_2$ [m]	$\lambda$ [m]	$f$ [Hz]	$V$ [m/s]	$t$ [ $^\circ\text{C}$ ]	$V'$ [m/s]	霧の有無
①	0.142	0.445	0.606	440	266.6	20.0	267.4	有
②	0.135	0.435	0.600	440	264.0	17.9	266.4	有
③	0.141	0.443	0.606	440	266.4	20.5	267.6	有
④	0.245	0.752	1.013	256	259.3	18.0	266.5	有
⑤	0.125	0.408	0.566	480	271.7	22.0	268.3	有
⑥	0.032	0.105	0.147	1700	249.1	18.0	266.5	有
⑦	0.143	0.439	0.592	440	260.5	18.4	266.7	無
⑧	0.143	0.443	0.600	440	264.0	17.5	266.2	無
⑨	0.144	0.442	0.596	440	262.2	20.5	267.6	無

表2 二酸化炭素中の音速の測定結果

ドライアイスがガラス管内に入れた際、二酸化炭素の気体とともに、小さな水滴が空気中に浮遊した白い霧が発生する。私たちは、霧が発生したままの状態と、霧が晴れた状態との二つの場合を区別して実験を進めた。

求められた音速は、ほぼ  $266 \text{ [m/s]}$  前後の値であった。また様々な振動数の音叉で実験を行ったが、特に振動数が  $1700 \text{ [Hz]}$  の音叉で行った際の結果では、他よりも少し値が外れていた。②式を使用して音速を求めるため、振動数  $f$  の値が大きいほど、波長  $\lambda$  を測定した際の誤差がより大きな影響を与えているためだと考えられる。霧がある場合と晴れている場合、それぞれで実験を行ったが、今回の実験では特に目立った差は見られなかった。

### ウ 気温から求めた音速との比較

理科年表で調べると、気温  $0[^\circ\text{C}]$  における二酸化炭素中の音速は  $V_0 = 258.00 \text{ [m/s]}$  であることがわかった。よって③式より、気温  $t [^\circ\text{C}]$  における二酸化炭素中での音速は

$$V' = 258.00 + 0.47t \quad \dots \quad \text{⑤}$$

という式で求められると考えられる。

気柱共鳴から②式を使って求めた音速の値と比較すると、表2のように多くの測定例において相対誤差2.0%以内で一致することが分かる。しかし空気の場合と同様に、振動数が大きな1700[Hz]の場合では、相対誤差が6.5%と大きくなっている。この理由は、先述のとおりと思われる。

### (3) ヘリウム中の音速の測定

#### ア 実験装置の配置

図3のとおり、気柱共鳴管を鉛直に設置し、下側の管口からヘリウムの気体を注入する。ヘリウムは無色透明な気体で、気柱内にどれほど溜まっているか確認することができないため、今回は十分だと考えられる以上の量を注入してから実験を開始した。今後、ヘリウムの注入量を把握できる方法も開発していきたい。

気柱共鳴管の下方の管口に音叉を近づけ、距離  $l_1$  と  $l_2$  を測定した。

#### イ 結果

ヘリウムの場合には、空気中や二酸化炭素中に比べて音速が速いことが理科年表から分かっていた。空気中や二酸化炭素中での実験でおもに使用していた振動数440[Hz]の音叉を使用すると、私たちの用意した長さ1[m]の気柱共鳴管では2つの共鳴点を測ることができない。そこで、振動数の大きい1700[Hz]の音叉を使って実験した。

ところが、実際に実験してみたところ、共鳴音を聞き取ることが難しく、共鳴点の測定結果は実験のたびに大きなばらつきが生じてしまった。

次の表は、測定結果の一例をまとめたものである。表中で $\lambda$ は音波の波長、 $f$ は管口に近づけた音叉の振動数、 $V$ は音速の測定値(②式を使用)である。また、 $V'$ は気温 $t$ [°C]の値から計算で求めた音速の値である。各測定例ともに、距離 $l_1$ と $l_2$ は平均値である。

測定例	$l_1$ [m]	$l_2$ [m]	$\lambda$ [m]	$f$ [Hz]	$V$ [m/s]	$t$ [°C]	$V'$ [m/s]
①	0.140	0.430	0.580	1700	986.0	19.0	1003.8
②	0.129	0.441	0.624	1700	1060.8	19.0	1003.8
③	0.158	0.425	0.534	1700	907.8	19.0	1003.8
④	0.154	0.443	0.578	1700	982.6	20.0	1005.6

表3 ヘリウム中の音速の測定結果

表3のように、実験から求めた音速 $V$ はばらつきが大きい。共鳴点を求めることが困難であったことに加えて、使用した音叉の振動数が大きいことで波長の測定誤差が計算値に大きく影響してしまったことなどが、原因として考えられる。

#### ウ 気温から求めた音速との比較

理科年表より、気温0[°C]におけるヘリウム中の音速は  $V_0 = 970.00$  [m/s] であるとわかった。これを③式に代入することにより、気温 $t$ [°C]におけるヘリウム中での音速は

$$V' = 970.00 + 1.78t \quad \dots \quad \text{⑥}$$

という式で求められると考えられる。

共鳴点の位置の測定から②式を使って求めた音速の値と、⑥式を用いて気温から求めた音速の値を表3で比較すると、測定値のばらつきがよくわかる。

## 5 考察

- (1) 音速は気体の温度に依存する。測定時における実験室の気温17[°C]~22[°C]において、空気・二酸化炭素・ヘリウムの各気体中における音速を、共鳴点の測定から求めた結果はそれぞれ、

340[m/s], 266[m/s], 1000[m/s] 程度の値であった。

- (2) 音波は気体分子の密度が周期的に疎と密を繰り返しながら周囲に伝わる現象である。気体分子の運動エネルギーは、絶対温度に比例するので、温度が等しい気体の場合には質量の軽い分子で構成される気体ほど、音速が大きくなるはずである。実験方法は簡単であったが、まさにそのとおりの測定結果が得られた。
- (3) 空気と二酸化炭素いずれの場合にも、音速は振動数によらないことがほぼ認められた。音速と振動数の関係についてはもう少し調べてみたいと考えている。
- (4) 気温と音速の関係については、実験に取り組んだ期間の関係から、音速とセルシウス温度との関係が④式・⑤式・⑥式で与えられることを正確に確認するまでには至らなかった。今後は年間を通して実験を重ねて、幅広い温度範囲で音速を測定し、データを増やしていきたい。
- (5) 気柱共鳴管の管口（音波の入り口）は、厳密には定常波の腹ではない。正確な腹の位置は、わずかであるが管口よりも $\Delta x$ だけ外側にある。この距離 $\Delta x$ を開口端補正という。
  - ア. 空気中における音速の測定では開口端補正は、振動数 440[Hz]の場合が 1.2[cm]で、振動数 1700[Hz]の場合も 1.2[cm]であった。
  - イ. 二酸化炭素における音速の測定では、開口端補正は振動数 440[Hz]の場合が 1.3[cm]で、振動数 1700[Hz]の場合は 1.1[cm]であった。
  - ウ. ヘリウムの場合には測定値のばらつきが大きかった上に、440[Hz]の音叉は使えなかったもので、比較するまでには至らなかった。開口端補正 $\Delta x$ が振動数によらず一定であるかどうかは、今回の結果からは測定精度の点から、結論を出すまでには至らなかった。今後、継続して測定を試みたい。
- (6) 二酸化炭素の場合において、音叉の振動数が 440[Hz]の同一条件のもとで、音速は霧が有る状態において平均 263.3[m/s]、霧が無い状態において平均 262.2[m/s]であった。霧は気体中に浮遊する水滴なので影響が音速に現れると踏んでいたが、実験の精度が低いいためか、この差が霧の有無の影響によるものか誤差の範囲内に収まるものかの判断はできなかった。
- (7) ヘリウムで測定をした場合には、共鳴音を聞き取ることが難しく、波長や音速の測定値が実験のたびに大きなばらつきを示した。音波が気体中を伝わる時に伴うエネルギーの流れの大きさは振幅と振動数が等しいとき媒質の密度に比例するため、空気（平均分子量 28.8）や二酸化炭素（分子量 44.0）と比べ分子量の小さなヘリウム（分子量 4.0）の場合には、共鳴音が生じても波動のエネルギーは小さく、共鳴音が小さいため変化が聞き取りにくかったと考えられる。今後は、マイクとオシロスコープを利用するなどして、共鳴点の位置を精度良く測定できないか確かめてみたい。また、振動数や気温との関係についても調べていきたい。
- (8) ヘリウムの場合のように、測定原理が同じであっても、実験をしてみなければ正確な結果を常に出せるかどうかは分からないという教訓も得た。
- (9) 今後、気体の種類を増やして研究していきたい。

## 6. 謝辞

今回の研究活動では、ピストン付きの亚克力管や音叉の購入に際し、山崎自然科学教育振興会より研究助成金をいただきました。ここに深く感謝の意を表します。

## 7. 参考文献

- (1) 理科年表 国立天文台編, 丸善株式会社
- (2) 理科年表読本 自然界の大きさ 都筑卓司, 丸善株式会社
- (3) 改訂版高等学校「物理 I」 國友正和 他, 数研出版
- (4) 理論物理への道標 (上) 改訂版 杉山忠男, 河合出版