

2 屈折率勾配を持つ溶液における光学的性質の研究

1 はじめに

ショ糖の飽和水溶液を水底に静かに注入して放置すれば、時間の経過とともに、濃度に応じて屈折率が水面に向かって連続的に変化した溶液ができあがる。この溶液をとおして水槽の反対側にある物体を覗くと、見る角度によって、物体が様々な見え方をする。真上から見れば、物体が浮かび上がって見える。水平方向から覗けば、水槽の反対側にある物体が変形して見えたり、複数個の虚像が観察されたりする。これらの美しい現象に対して実験観察をおこない、屈折率分布の測定から実験式を求めて理論計算を進め、測定結果を定量的に説明することを目指して研究をおこなった。

2 研究の目的

溶質（ショ糖）を水底から拡散させて、屈折率が水面に向かって連続的に変化している溶液を作成する。この溶液を真上から覗いた場合と、水平方向から覗いた場合について、観察される虚像を実験と理論の両面から研究する。研究の目的は次のとおりである。

- (1) 水溶液中の屈折率分布を測定し、各水深における屈折率分布の実験式を求める。
- (2) 溶液を真上から覗いた場合における「見かけの深さ」を測定する。
- (3) 「見かけの深さ」の理論値を計算する方法を確立し、実験値との比較をおこなう。
- (4) 水槽を水平方向から覗く場合に見られる虚像の様子についても調べる。
- (5) 昨年度に確立した光線追跡の方法を応用し、虚像の見え方を理論的に再現する。

3 研究の方法

(1) 溶液の作成方法

実験用の水槽は、写真 1 のようにゴムチューブをつけた注射器を使い、溶質の飽和溶液を水槽の底に静かに注入して準備する。溶質は水面に向かって拡散し、時間の経過とともに、濃度に応じて屈折率が水深ごとに連続的に変化した溶液ができあがる。この溶液は、翌日には実験に利用することができる。溶質は水槽の底から 40[mm] 程度まで注入した。溶液全体の水深は約 120[mm] である。ショ糖の飽和溶液は無色透明であるが、注入直後は水との境界面での光の屈折により、2 層の境が肉眼でも容易に区別できるので、注入した量を簡単に確認できる。



写真 1 溶液の作成

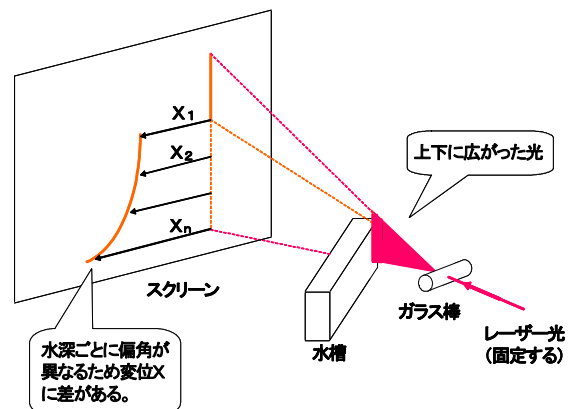


図 1 屈折率分布の測定の原理

(2) 屈折率分布の測定方法

溶液内部の屈折率分布の測定では、水槽の角をプリズムに見立て、図1のように水槽の側面からレーザー光(波長 633[nm])を照射し、光線の偏角から各水深における屈折率を計算で求める。これは私たちの先輩が平成17年度より利用してきた測定法である。水槽の側面が厚さの一定な平板であれば、水槽側面の材質の屈折率が偏角に影響を与えることはない。計算とグラフ化には表計算ソフトを使用した。

4 研究の結果

(1) 「見かけの深さ」について（真上から眺めた場合の光学的な性質）

溶質を水底から拡散させた溶液の入った透明水槽の真下に物体を置き、図2のように真上から覗いた場合の「見かけの深さ」Hを測定し、理論値と比較した。「見かけの深さ」Hは、レンズの結像公式を使い、図3のように物体の実像が凸レンズでスクリーンに結像する位置までの距離bを測定することで計算により求めた。物体として、絵模様のある平らなスライドを水槽の真下に置き、電球で照射して使用した。

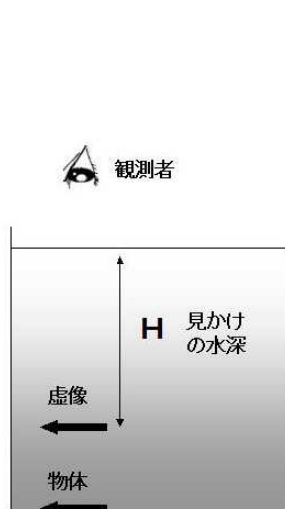


図2 見かけの深さ

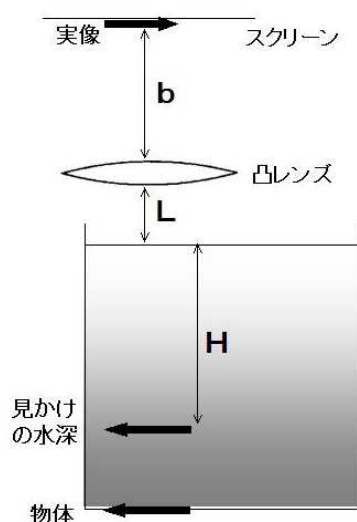


図3 測定方法

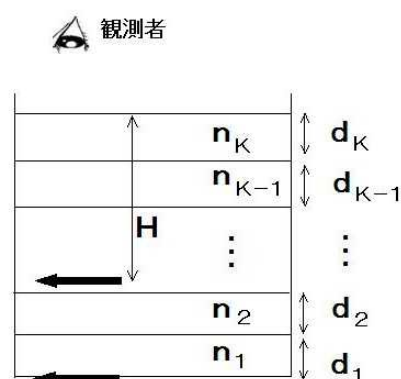


図4 理論計算の方法

「見かけの深さ」Hの微小変化に対して、スクリーンに結像する位置までの距離bが大きく変化するほど、Hの測定精度は高くなる。そこで実験に先立ち、使用する凸レンズの焦点距離f との組み合わせを変えながら数値解析を進め、最適な焦点距離を選んで使用した。

「見かけの深さ」Hの理論値は、図4のように溶液を上下方向の微小区間に分け、各区間が一定の屈折率を持つものとして計算した(k番目の区間における厚さと屈折率を d_k , n_k とする)。120[mm]の水深を120の微小区間に分け、屈折の法則から導いた式

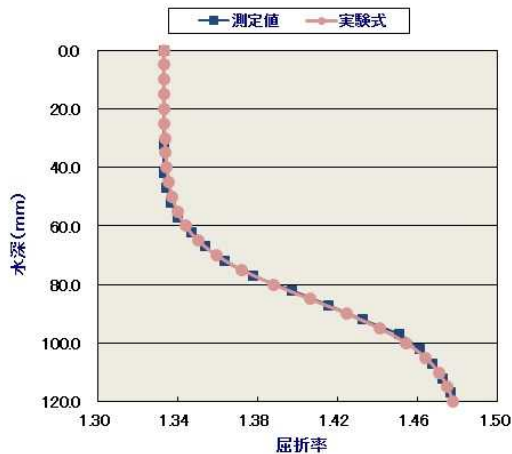
$$H = \frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2} + \dots + \frac{d_k}{n_k} \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

を適用し、「見かけの深さ」の理論値を表計算ソフトで計算した。各水深での屈折率の値は、屈折率分布の測定結果から求めた実験式(次ページの②式)を使用した。

屈折率分布の測定結果の一例をグラフ1に示す。縦軸は水深を、横軸は溶液の屈折率を表している。水面から測ったある深さのところに、水深に対する屈折率の変化(屈折率勾配)が急激に大きくなる場所が存在することがわかる。実験式を求めるにあたり、私たちは次のような関数を仮定した。

$$n(y) = \frac{d}{a + b \cdot e^{c(160-y)}} + 1.333 \quad \dots \quad (2)$$

この式において、 n は屈折率、 y は溶液中における水深である。 n を y の関数として表している。 a, b, c, d は定数で、これまでの測定データを参考にして、屈折率分布のグラフの形がほぼ等しくなるように、測定毎に適当な実数を設定した。この中で特に定数 c は、水深の変化に



グラフ 1 屈折率分布

に対する屈折率変化の程度を表すもので、 c の値が大きくなるほど屈折率勾配が大きくなることもわかった。

グラフ 1 には、各係数の値として $a = 3.8$, $b = 0.0008$, $c = 0.134$, $d = 0.572$ に設定した実験式を同時プロットしてある。

焦点距離 139[mm] の凸レンズを使用して求めた「見かけの深さ」の実験値は 87.6[mm] であった。また、理論式①を使い、②式を適用して計算した「見かけの深さ」の理論値は 87.9 [mm] であった。

この結果は、その差が 0.3[mm] であり、相対誤差 0.34[%] という非常に近い値であった。測定と理論計算の比較は数回試みたが、多少のばらつきは

あるものの、測定値と理論値との相対誤差は、ほとんどが 1 [%] 以下であった。以上の結果から、私たちが理論的に計算した「見かけの深さ」は、測定値を十分に説明することができたと考えられる。

(2) 真横から見た場合の図形のゆがみ（側面から眺めた場合の光学的な性質 I）

写真 2 のように、溶質を水底から拡散させた溶液の入った水槽の背後に、大きな図形を置き、水槽の反対側から水槽を通して観察する。このとき、V字型の図形の場合には図形が途中で内側へとくびれて見える。ところが、上下が反対である八字型の図形の場合には、図形が途中で外側へと膨らんで見える（写真 3）ことに気がついた。



写真 2 水槽と図形

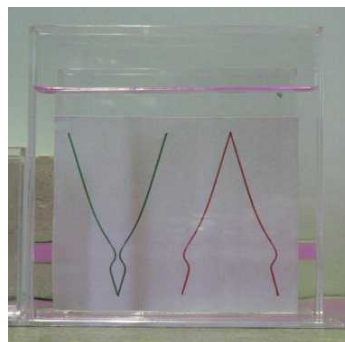


写真 3 図形のくびれ

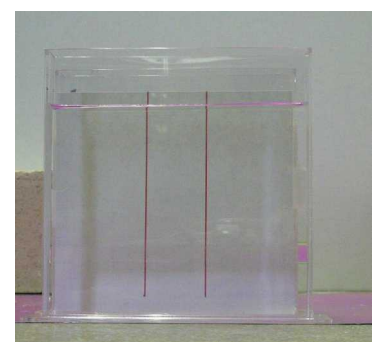


写真 4 直線の場合

溶質を水底から拡散させた溶液では、水面に近づくほど屈折率が小さくなるので、溶液内部を進む光線は上に凸の曲線を描いて進む。そこで、私たちは次の仮説を立てた。

【仮説】 屈折率勾配が大きな水深部では光線が上側に凸の経路を大きく描いて屈曲して進むために、観測者側から見た場合には、水深が深い側の部分の図形が浮かび上がって観測される。

この仮説を確かめるため、V字型の図形の代わりに、写真 4 のように鉛直方向を向く平行な 2 本の直線模様の図形を使って観察してみることにした。この場合には、水平に覗いた場合、仮に深い側の

図形部分が浮かび上がって見えたとしても、幅が変わらないために全体の像は平行直線のままだと見えるであろう。実験の結果は写真4が示すとおり、予想どおり直線間の距離は水深に関わらず常に一定に観測され、くびれも膨らみも見えなかった。この事実は、私たちの仮説が正しいことを裏付けていると考えられる。

さらに、屈折率分布の測定結果（グラフ1）から決定した屈折率分布の実験式を使い、光線の進路の微小区間ごとに屈折の法則を次々に適用し、光線経路を理論的に解析した結果からも、上記の仮説が正しいことを裏付ける結果を得た。[光線追跡の手法については、昨年度の本校の研究（参考文献1）を参照。]

(3) 蜃気楼に相当する現象（側面から眺めた場合の光学的な性質Ⅱ）

溶質を水底から拡散させた溶液の入った水槽の背後に小さな物体を置き、水槽の反対側から水槽を通して観察すると、その物体の複数の虚像が見える（写真5、写真6、図5）。



写真5 水槽と物体

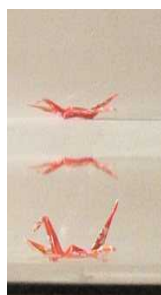


写真6 虚像

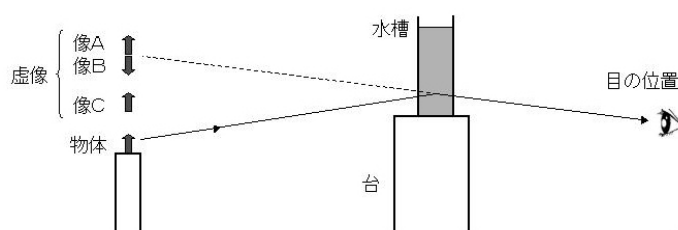


図5 物体と虚像の関係

仰角 θ の向きに虚像が見えるかどうかは、観測者側に向かって θ の角度で進んでくる光線を反対にたどり、水槽の反対側で物体と出会うかどうかを調べればよい（図6）。水槽の反対側に、鉛直方向に3色に塗り分けた小さな物体があるものとして（写真7）、仰角を 5.0° から -0.6° まで 0.04° ずつ分割し、それぞれの仰角ごとに光線追跡をおこなって虚像の見え方を再現してみた結果が写真8と図7である。

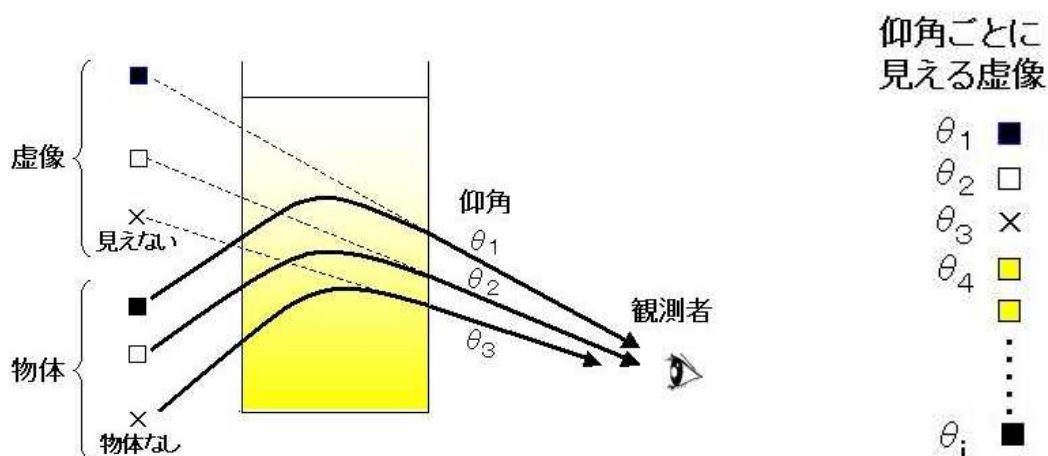


図6 虚像を再現するための手法の原理

写真8は実際に観測される虚像、図7は理論的に再現してみた結果である。両者を比較すると、虚像の数や反転像の出現などが非常に良く一致している。このことから、適用した虚像再現の手法は、解析をおこなう手段として有効であることがわかった。



写真7 三色の図形の観察

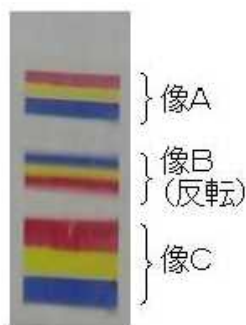


写真8 出現した虚像



図7 理論的再現

5 考察

- (1) 溶液内部の屈折率分布の測定にあたり、本年度はできるだけ水底近くから水面までの広範囲に渡って測定することを目指した。そのため、拡散させるショ糖飽和溶液を水底から注入するときに、水底から 40[mm]の高さまで入れ、昨年度に比べて十分な量を注入した。その結果、ほぼ目的を達成することができ、広い範囲で屈折率分布の実験式を決定することにも役だった。
- (2) 水面に垂直な向きから溶液を覗いた場合における「見かけの深さ」を測定する手段として、レンズの結像公式を利用した方法は有効な方法であった。特に、実験に先立って、「見かけの深さ」の変化に対する結像位置の変化について、凸レンズの焦点距離を変えながら解析し、装置に使用するための凸レンズの焦点距離として最適な値を選定したことが、よい結果をもたらしたと考えられる。
- (3) 屈折率勾配を持つ溶液における「見かけの深さ」を求める方法として、水面を微少区間に分けて計算する手法は、実験値を十分に説明できたと考えられる。
- (4) 水深が深いほど屈折率が高くなるような屈折率勾配を持つ溶液では、水槽を通して背後の図形を水平に眺めた場合、仮説でも述べたように水深の深い側の部分の図形が浮かび上がって観察されることがわかった。
- (5) 昨年度に確立した光線追跡の理論が、今年度も解析の手段として非常に役に立った。特に蜃気楼に相当する現象の解析では、観察される虚像の様子について、ある程度の再現ができるところまで踏み込むことができた。
- (6) 今年度の研究では、「見かけの深さ」、「図形の水平方向のゆがみ」、「蜃気楼に相当する現象」いずれにおいても、理論的な考察において屈折率分布の実験式を積極的に使用した。屈折率分布がきちんと求められていなければ、定量的な解析はできない。より精度の高い屈折率分布の測定法を、さらに研究していく必要がある。

6 参考文献

- (1) 光線追跡による蜃気楼モデルの解析
清水東高自然科学部 第 53 回日本学生科学賞作品集
- (2) 蜃気楼モデルと屈折率分布の研究
清水東高自然科学部 平成 20 年度静岡県理科研究論文集
- (3) 屈折率勾配を持つ溶液に現れる虚像の研究
池田浩太, 他 清水東高平成 22 年度理数科課題研究論文集