〈県学生科学賞・県科学教育振興委員会賞〉

7　つり合いの研究　ＰａｒｔⅢ

１　研究の動機と目的

家にあった「鳥のバランスおもちゃ」から“つり合い”について興味をもち、中１からつり合いの研究を始めた。「ＰartⅠ」「ＰartⅡ」では、①普通のヤジロベエ②変形ヤジロベエ（鳥型ヤジロベエ）③３本腕ヤジロベエがつり合うための条件について調べた。それらの研究から「ヤジロベエのつり合い」には、「てんびんのつり合いの法則」それは「(おもりの重さ）×（支点からの距離）が左右同じならばつり合う」と通ずるものがあるように思えた。そこでＰartⅢは、①「普通のヤジロベエにおけるつり合いの法則」②「モビールのような重なるつり合いの法則」について調べ、その規則性をもとに関係を数式で表そうと試みた。

２　研究の方法及び内容

(1)　「普通のヤジロベエ」における「つり合いの法則」について

ア　普通のヤジロベエの改良

ＰartⅠ、Ⅱの研究で普通のヤジロベエに以下のような問題点があった。

【問題点】
- 腕と足の部分の固定具合（エポシキパテ又はワイヤー自身の具合）で、左右又は前後に傾く。
- 腕と足の部分をエポキシパテで固定すると、固定部分が広くなるため、角度が調整できない。またワイヤーで固定していると、測定しているうちに角度が変わる。
- おもりが重くなると、腕（ワイヤー）がしなるため、正確な角度が出ない。

そこで以下のような改良をした。

【今年のヤジロベエ】

【改善点】
- 「続・科学あそび大図鑑（大月書店)」に載っているヤジロベエの作り方を参考にした。
- 腕をワイヤーから竹串にする（しなりにくい)。
- 支点固定に紙を使用し、前後に厚みを出さない。また、角度をしっかり決めて固定する。
- 使用するうちに固定部分の紙が曲がらないように、紙をもう１枚はさみ、強度を増した。
- 両腕のつり合いを確かめやすくするため、５円玉をつるす。(つり合うと、ヤジロベエの足と５円玉のヒモが一直線になる。)

イ「普通のヤジロベエ」がきれいにつり合っている時、次の４点について調べる。

①腕の角度　②腕の長さ　③足の長さ　④おもりの重さ

ウ　得られたデータから規則性を見つけ出すために、イで使った各ヤジロベエを図面上に作成し、次の３点について調べる。

①左右のおもりの距離

②おもりから足の先までの距離

③おもりから、足の延長線上の線と垂直に交わる距離

(2)　「モビール（重なるつり合い)」における「つり合いの法則」について

ア　腕のあるモビール「踊る人」「ボーリング」「ドット」

①腕の長さ　②腕の重さ　③おもりの重さ

④テグスの長さについて測定し、それらの数値からつり合うための関係式を探る。

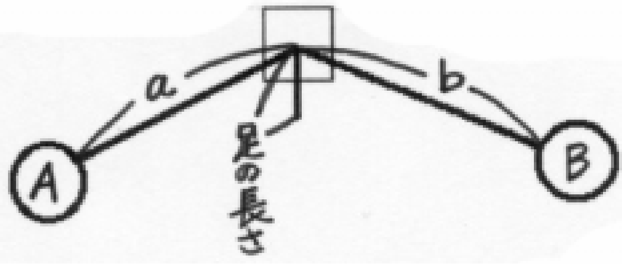
イ　腕のないモビール「リーフ」

①　おもりの重さ（各パーツの重さ）を測定し、つり合うための関係式を探る。

３　研究結果

(1)　「普通のヤジロベエ」における「つり合いの法則」について

ア　測定結果



図の解説

A：左側のおもり
5gで固定する

a：左側の腕の長さ
14cｍで固定する

B：つりあっているときの右側のおもりの質量［g］

b：つりあっているときの右側の腕の長さ［cｍ］

上のA、ａの条件のとき、腕の角度（140°120°80°60°40°20°の６つに設定）と足の長さ(4cm3.5cm3cm2.5cmの４つに設定)の組み合わせを変えて、つりあうときの右側のおもりの質量（B）、右側の腕の長さ（ｂ）を調べる。

【腕の角度＝120°の時のおもりBの重さ】　足の長さ2.5cm

bの長さ	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4
Bの質量	5.3	5.8	6.3	6.9	7.7	8.6	9.7	11.4	13.7	16.8

（注）・腕の角度、足の長さが変化しても「ｂの長さ」に対する「Bの質量」は同じ数値だったので、ここには【腕の角度＝120°の時のおもりBの重さ】の測定結果のみ表に示した。

イ　ヤジロベエの図面上の測定値

アで行った実験データとともに①左右のおもりの距離　②おもりから足までの距離　③おもりから、足の延長線上の線と垂直に交わる距離を図面上に表した。

図の解説

a:左腕の長さ
14cmで固定する

b:右腕の長さ［cm］

c:足の先からおもりBまでの長さ［cm］

d:おもりBから足の延長線上までの垂線の長さ［cm］

e:おもりAからおもりBまでの長さ［cm］

A:左のおもり
5gで固定する

B:右のおもり[g]

腕の角度が120°の場合

b＝14
d=12.1
e=24.2

足の長さ	cの長さ
4	12.6
3.5	12.8
3	12.9
2.5	13.1

b=13
d=11.4
e=23.5

足の長さ	cの長さ
4	11.6
3.5	11.8
3	11.9
2.5	12.1

b=12
d=10.4
e=22.6

足の長さ	cの長さ
4	10.6
3.5	10.8
3	10.9
2.5	11.1

b=11
d=10.4
e=22.6

足の長さ	cの長さ
4	9.7
3.5	9.8
3	10
2.5	10.1

b=10
d=78.7
e=20.9

足の長さ	cの長さ
4	8.8
3.5	8.8
3	9
2.5	9.1

b=9
d=7.8
e=20.1

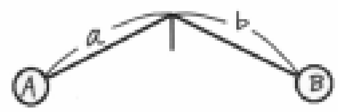
足の長さ	cの長さ
4	7.9
3.5	8
3	8.1
2.5	8.2

（以下、100°80°60°40°20°のデータは省略）

ウ　考察

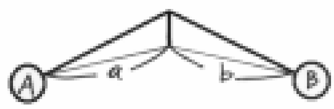
イのヤジロベエの図面上の測定値を用い、つり合いの法則の関係式が成り立たないか調べてみた。てんびんのつり合いの法則「(おもりの重さ）×（おもりから支点までの距離)」を参考に、「(おもりの重さ）×（？)」という形の式をいくつか考えてみた。

A　(おもりの重さ)×(腕の重さ)



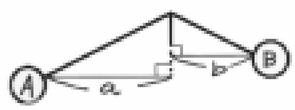
A×a と B×b

B　(おもりの重さ)×(おもりから足の先までの長さ)



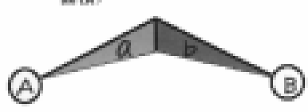
A×a と B×b

C　(おもりの重さ)×(おもりから足の延長上の線への垂線の長さ)



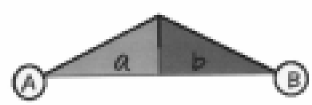
A×a と B×b

D　(おもりの重さ)×(腕上、足上、おもりと手足を結ぶ線で囲まれた三角形の面積)



A×a と B×b

E　(おもりの重さ)×(腕と、おもりとおもりを結んだ線を足の延長線で区切られてできた三角形の面積)



A×a と B×b

以上の５つが考えられるが、アの結果より、足の長さが変化してもおもりの重さは全く変わらなかったことから、足の長さが関係する数式$\boxed{B}$と$\boxed{D}$は対象にならないことが言える。

そこで、$\boxed{A}$、$\boxed{C}$、$\boxed{E}$の数式に、腕の角度＝120°、80°、40°の時のそれぞれの測定値（ａ、ｂ、Ｂ）を代入し、計算した（計算表は省略）。

エ　まとめ

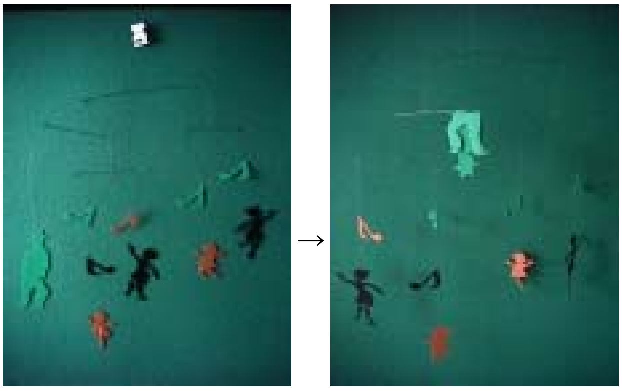
結果は、$\boxed{C}$の数式（おもりの重さ）×（おもりから、足の延長線上への垂線の長さ）のとき、120°80°、40°どの場合も１番左右の計算値の差の幅が少なかった（$\boxed{A}$では 1.2、$\boxed{E}$では 5.4 なのに対し$\boxed{C}$では 0.96）。つまり、左右がつり合っていることを示している数式だと考えられる。

よってヤジロベエのつり合いの法則は、 （おもりの重さ）×（おもりから足の延長線上への垂線の長さ）

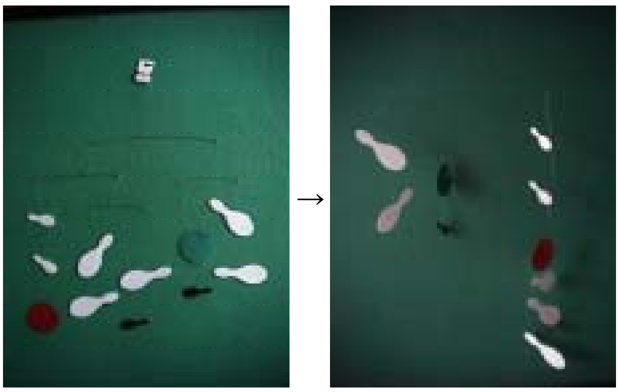
(2)「モビール（重なるつり合い）」における「つり合いの法則」について

ア「腕のあるモビール」のつり合い

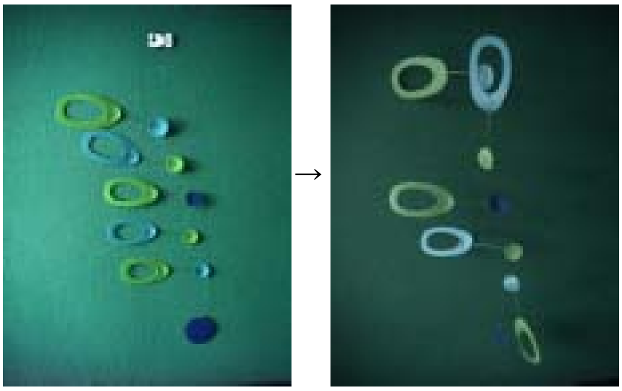
- おもりをつるすテグスの長さを変えても、その腕の左右のつり合いも全体のつり合いも崩れなかった。（実験 1）
- １つのつり合いのバランスを崩しても、モビール全体のバランスは崩れない。（実験 2、3）



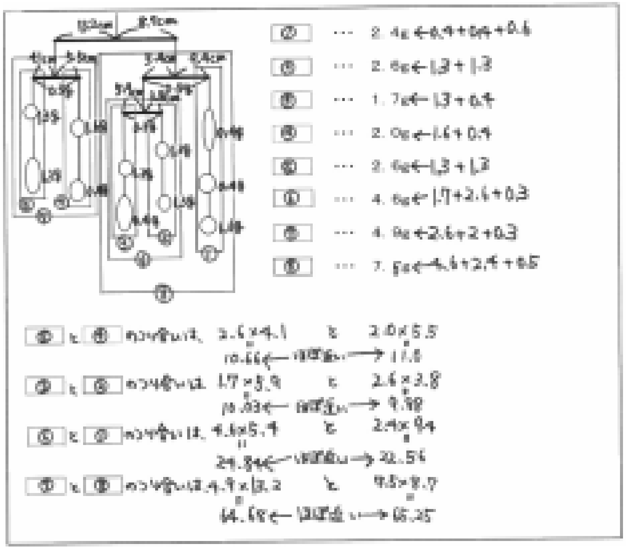
〈踊る人・モビール〉実験１



〈ボーリング・モビール〉実験２



〈ドット・モビール〉実験３

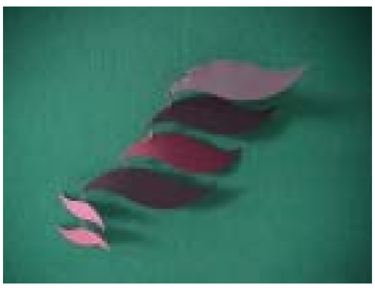


〈ドット・モビールの測定結果〉表１

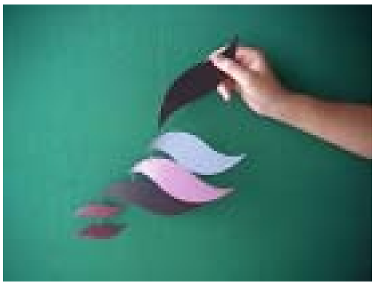
（注）「踊る人」「リーフ」モビールの測定結果は省略

イ「腕のないモビール」のつり合い

〈空中につるした「リーフ」モビール〉



〈バランスを取り直して波のような釣り合いにした「リーフ」モビール〉



・モビールの一番上のパーツをバランスの悪いところでつまんでも、それより下のパーツはつり合いがとれたままである。

しかし、一番下のパーツをつまむと、それより上のパーツのつり合いはとれなくなる。つまり、下から順にパーツがつり合っていないと、全体のつり合いもとれないことがわかる。

ウ　考察

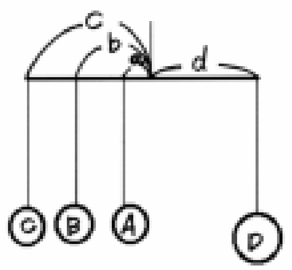
・「腕のあるモビール」では、つり合いにテグスの長さは関係しない。また、実験２より、「おもりの重さ」にあたる部分がつり合いの関係になっていたときは、そのつり合いの「(腕の重さ）＋（おもりの重さ)」で「おもりの重さ」を計算することができるのではないか。

・「腕のないモビール」では、各パーツをつなぐ位置によって、空中につるしたときの全体の形に違いがでる。「腕」の部分がないため、どのようにパーツをつないでも「つり合う」ことになる。結果的には、望む形でつり合わせたいときは、各パーツを指でつまんで、バランスがとれる場所でパーツをつないだ。

エ　まとめ

①腕のあるモビールの重なるつり合いの法則

（モビールのパーツの重さ）×（腕の長さ）
つり合いが重なるときは、下のつり合いは（パーツの重さ）＋（腕の重さ）で１つのおもりと考える。



また、上のモビールのつり合いは、実験により

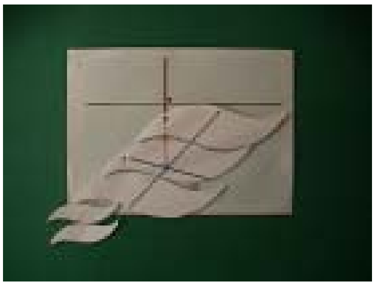
$$\boxed{(A\times a)+(B\times b)+(C\times c)=(D\times d)}$$

②腕のないモビールの重なるつり合いの法則

ポイントは「重心を見つけること」である

各パーツごとに重心を見つける。その重心を通る直線上にパーツとパーツをつなぐ点があるわけだが、実はそれは無限にある。「リーフ・モビール」のように葉っぱのようなつり合いになるときもあれば、波のようなつり合いにすることもできる。腕のないモビールの重なるつり合いの時には、各パーツを重ならないようにまとめて寄せ、それを１つの形と見なし、その重心を決め、つるすテグスの位置穴とその重心を結んだ線が地面に垂直になるようにすれば求められる。

〈重心の求め方〉



「リーフ」モビールの各パーツをまとめた形の重心を求め、その重心を通る直線が、地面と水平の線に直角に交わった点が、全体をつるすテグスの位置になる。

４　研究を終えて

「普通のヤジロベエ」、「モビール（重なるつり合い)」のつり合いの法則を数式で表すことができたのは、やはり、正確なつり合いの数値（おもりの重さ、腕の長さ、腕の角度等）が得られたからだと思う。改めて、実験用具（ヤジロベエ）の調整の重要さがわかった。先生から「ヤジロベエの腕と足の固定にもう一枚紙を入れたらどうか」とアドバイスをいただき、その結果、驚くほど安定したつり合いを求められたときは、本当にうれしかった。モビールのように、一見複雑に見えるつり合いも、ちゃんと計算されてつり合っているのだから感心してしまう。はっきりとしたつり合いの法則を探ることができ、３年間を通して「つり合い」を研究してきてよかったと思った。