〈山崎賞〉

4　合わせ鏡の不思議

1　研究の動機

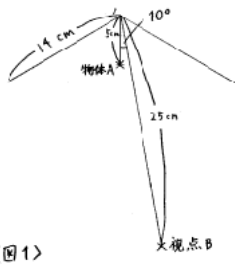
学校の授業で「鏡を組み合わせる角度を変えながら物体が何個見えるのか調べる」という実験を行った時に、なぜ複数の物体が見えるのか疑問に思い、さらに深く調べてみたいと思った。

2　調査内容

縦11cm、横14cmの2枚の鏡をそれぞれ120度、90度、60度、30度の角度で組み合わせる。２枚が組み合わさった頂点から、まっすぐ５cm下ろした所に物体Aを置き、物体Aが置いてある直線上から右に10度、25cmはなれた所を視点Ｂとし、視点Ｂから見える像を像C、D、E…とするとき、

（1）それぞれの角度の時にいくつの像が見え、物体Ａを何cm動かすと像が消えるのか調べる。

(2)（1)について、いちいち作図をしなくても簡単に像の見えなくなる位置がわかる方法を考える。

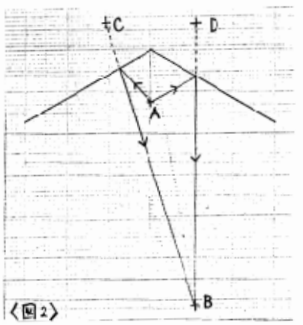


〈図1〉

3　調査結果

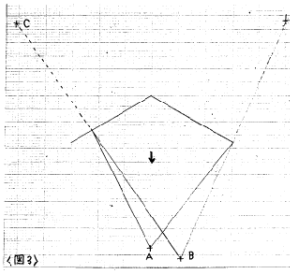
（1）120度、60度、90度、30度の角度の時にいくつの像が見え、物体Ａを何cm動かすと像が消えるのか。

ア　120度のとき



〈図2〉

図のように、実物以外に２つの像（像Cと像D）が見える。これらの像はいずれも物体Aから出た光が鏡に反射して視点Ｂに届いてできるので、物体Ａと左右対称である。

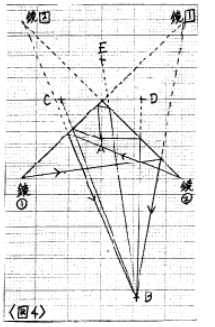


〈図3〉

そして、物体Ａを元の位置より18cm（頂点より23cm）以上動かすと、像Dは見えなくなる。これは、鏡の大きさが14cmと決まっているので、光が反射する位置の鏡がなくなってしまうと反射ができず、像もできなくなるからである。

さらに物体Ａを動かしていくと、元の位置より40cm（頂点から45cm）以上動かしたところで像Cが見えなくなった。この原因も、像Dと同じ理屈である。

イ　90度のとき

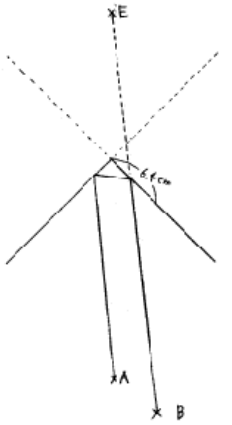


〈図4〉

物体だけでなく、鏡が鏡に映る現象が起こる。鏡①から出た光が鏡②に反射して鏡1ができ、同様にして鏡2もできる。そして、物体Ａから出た光が鏡に反射し、物体Ａと左右対称な像Ｃ、像Ｄができる。像Ｅは、物体Ａから出た光が直角に交わった鏡で２回反射して視点Bに届く事によってできる像なので、鏡1に像Ｄが映ったような形になり、物体Ａと同じ正しい向きに見える。

また、像Ｄは物体Ａが8.2cm（頂点から13.2cm）以上動いた時、像Ｃは物体Ａが14.6cm（頂点から19.6cm）以上動いた時に120度の場合と同じ理由でそれぞれの像が見えなくなる。しかし像Ｅは、視点Ｂとの横の距離が約4.4cmで、像Ｅがどんなに遠くは

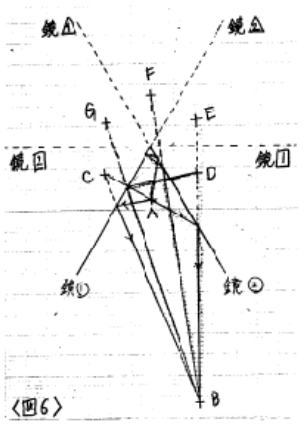
なれても右の鏡の頂点から6.4cm以上は、反射する位置が大きくならない。従って、反射する位置に鏡がないという現象は起こらず、像Ｅはいつまでも見えている。



〈図5〉

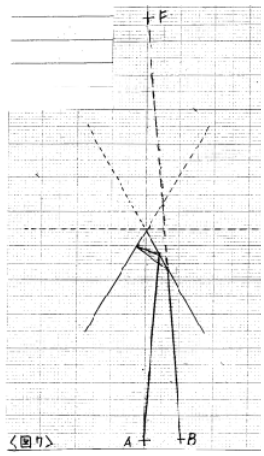
ウ　60度のとき

鏡①から出た光が鏡②に反射して鏡 1 ができ（鏡②の長さが決まっているので、全ては見えない）、鏡 2 から出た光がさらに鏡①で反射して鏡 3 ができる。同様にして、鏡 2 、鏡 4 もできる。次に、物体Ａから出た光が鏡①と②で反射して像Ｃと像Ｄが、像Ｃからでた光が鏡②で反射して像Ｅが、像Ｄからでた光が鏡①で反射して像Ｇができる。この時、像Ｃからでた光は、像Ｄを作りだした光と重なるようにして進む。像Ｆは、物体Ａから出た光が鏡に３回反射して見える。像の向きは、それぞれＣとＤが左右対称、ＧとＥが物体Ａと同じ向き、Ｆが左右対称に見える。



〈図6〉

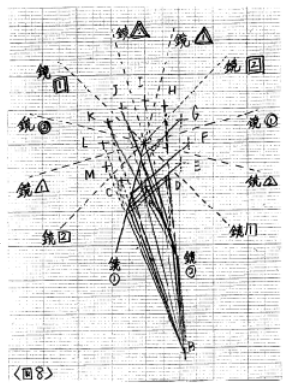
また、物体Ａが4.8cm（頂点から9.8cm）以上動いた時に像Ｄ、7.4cm（頂点から12.4cm）以上動いた時に像Ｅ、9.2cm（頂点から14.2cm）以上動いた時に像Ｃ、41.4cm（頂点から46.4cm）以上動いた時に像Ｇが、それぞれ見えなくなる。しかし、像Ｆは途中で消えてしまう事はない。その理由は、90度の時の像Ｅと同様、像Ｆと視点Ｂとの横の距離4.4cmよりも鏡の方が長いからである。



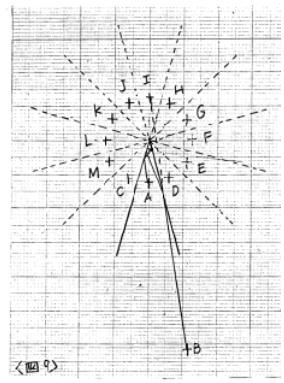
〈図7〉

エ　30度のとき

今までと同じ様に鏡が鏡に映る現象が起き、10枚の鏡の像ができる。しかしこの内の鏡 1 、鏡 3 、鏡 4 、鏡 5 、鏡 6 は、実際の鏡①が14cmであるため少ししか見えない。次に、物体Ａの像は８つ見える。物体Ａから出た光が鏡①と鏡②に反射して像Ｃと像Ｄができ、その像がどんどん鏡に反射して、像Ｃ、Ｄ、Ｅ、Ｆ、Ｇ、Ｈ、Ｊ、Ｋ、Ｌ、Ｍができる。しかし、像Ｅ、Ｆ、Ｇは、鏡②の長さが限られているため視点Ｂからは見えない。



〈図8〉

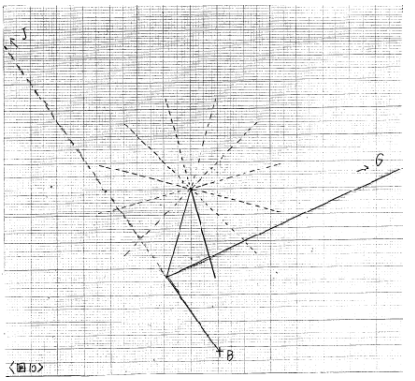


〈図9〉

最後の像Ｉは、物体Ａから出た光が鏡に６回反射して見える。像の向きは、像Ｃ、Ｄ、Ｌ、Ｆ、Ｊ、Ｈが物体Ａと左右対称、像Ｍ、Ｅ、Ｋ、Ｇ、Ｉは正しい向きとなる。

そして、物体Ａが３cm（頂点から７cm）以上動くと像Ｇと像Ｈが、反射の光線が重なっているため同時に見えなくなり、６cm（頂点から11cm）以上動くと像Ｍ、７cm(頂点から12cm）以上動くと像Ｃ、7.6cm（頂

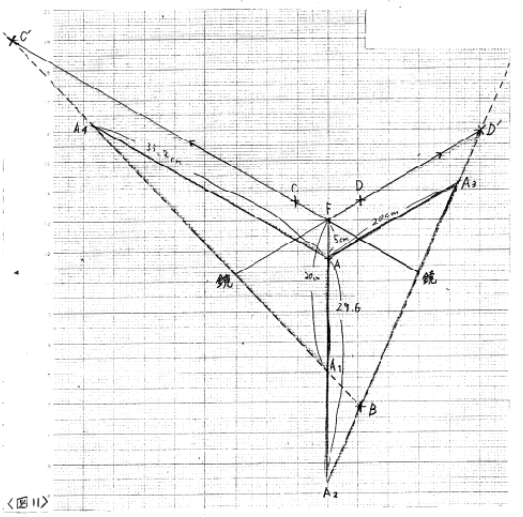
点から12.6cm）以上動くと像L、8.6cm（頂点から13.6cm）以上動くと像Kがそれぞれ見えなくなる。像Jについては、方眼紙に入りきらなかった為物体Aが何cm動くと見えなくなるのかはかる事ができなかった。最後に像Iは、今までの角度とはちがい像Iと視点Bとの横の距離4.4cmの中に鏡の端があるので、物体Aが39cm（頂点から44cm）以上離れた時に見えなくなる。しかし、前にも述べた通り像Jが見えなくなる距離がわからないので、像Iの方が先に見えなくなる可能性もある。



〈図10〉

(2) いちいち作図や実験をしなくても像が見えなくなる位置がわかるようにするには、どうしたらよいか。

ア　120度のとき



〈図11〉

まず、視点Bから2枚の鏡にそれぞれ交わる直線を2本引く。その線の内側のはんいが視点Bから見えるはんいとなる。その中の△A_1C 'Fと△A_1A_4Aは相似の関係であり、直線C 'Fは像Cが視点Bから見えなくなる距離なので、その長さがわかれば像Cと同じように頂点Fから遠ざかる物体Aが動く長さもわかる。相似の三角形は長さの割合が同じなので、

20：X＝15：35.2

X＝20×35.2÷15

X＝46.933…（cm）

となり、物体Aが頂点Fから約46.9cm以上動くと像Cが見えなくなる事がわかる。同様に、像Dが見えなくなる時に物体Aが動く距離の直線DFは、△A_2D 'Fと△A_2A_3Aが相似になるので

34.6：X＝29.6：20

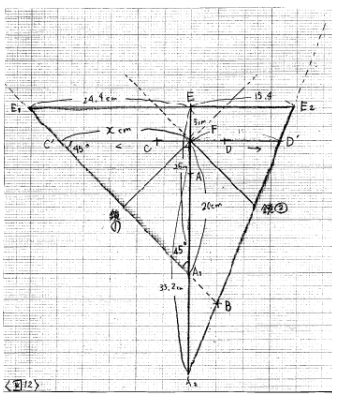
X＝34.6×20÷29.6

X＝23.27…（cm）

となる。多少の誤差があるが、このように計算で長さを出すことができる。

イ　90度のとき

120度の時と同じように、視点Bから見えるはんいとなる直線を引く。像Cが見えなくなる距離は直線C 'Fの長さであり、△A_1C 'Fと△A 'E$_1$Eは相似の関係なので



〈図12〉

直線CFの長さを求める式は、

20：X＝25：24.4

X＝19.52(cm)

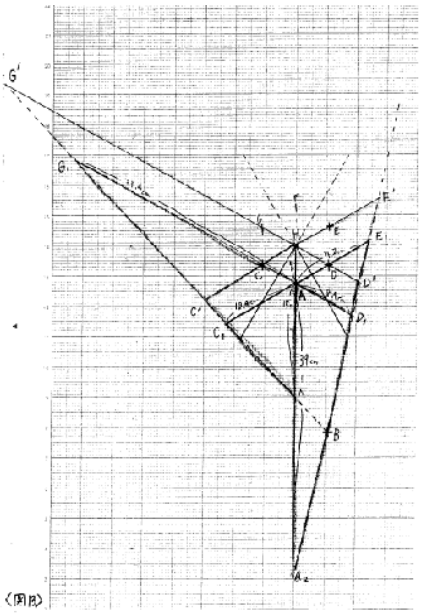
となる。また、同様に像Dが見えなくなる距離である直線FD 'の長さを求めると、

35.2：X＝40.2：15.4

X＝13.48…（cm）

となる。像Eは、ずっと見えるので計算できない。

ウ　60度のとき



まず、視点Bから２枚の鏡に交わる直線を２本引く。△$A_2D'H$と△A_2D_1Aが相似になるので、像Dが見えなくなる距離は、

44：X＝39：8.4

X＝9.47…（cm）

となる。また、△$A_2E'H$と△A_2E_1Aが相似になるので、像Eが見えなくなる距離は、

44：X＝39：11.2

X＝12.63…（cm）

となる。他の像が見えなくなる距離も同様に計算すると、像Cが約13.9cm、像Gが約44.5cmと求めることができた。像Fはずっと見えるので計算できなかった。

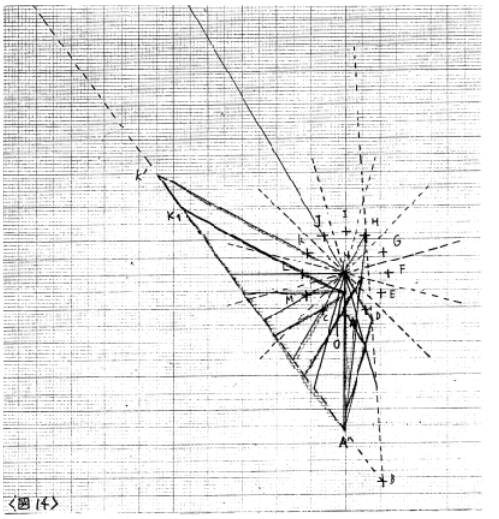
エ　30度のとき

まず、視点Bから見えるはんいとなる２本の直線を引く。その中の△$K'A'N$と△$K_1A'O$が相似となるので、像Kが見えなくなる距離である直線$K'N$の長さは、

18.6：X＝16.4＝21.4

X＝24.27…（cm）

となる。同様に他の像も見えなくなる距離を計算すると、像Dと像Hが約6.2cm、像Mが約10.8cm、像Cが約11.8cm、像Lが約13.2cmとなった。しかし、像Jと像Iは方眼紙の長さが足りなかったため計算することができなかった。



（図中の線の長さは、図がわかりにくくなるため省略）

4　わかったこと

実験を重ねるうちに、次の3つの事がわかった。

①　一枚の図に、視野のはんいを書きこみ相似の三角形を見つけ出せば、簡単に像が見えなくなる位置がわかる。

②　見える鏡の像＝$\frac{360}{\text{鏡の角度}}-2$（枚）

③　見える物体の像＝$\frac{360}{\text{鏡の角度}}-1$（個）

5　感想

今回の自由研究は、資料が何もなく手探りの状態だったが、無事終わらせることができてよかった。ただ、図があまり正解でなかったりわかりにくかったりした部分があったので、この反省を次の研究に役立てたい。また、これからも色々な事に興味・関心を持つようにしたい。